

分类号: TP273

单位代码: 10335

密 级: 公开

学 号: /

# 浙江大学

## 博士学位论文



中文论文题目: 移动机器人冗余特性下的运动规划与协调控制

英文论文题目: Motion planning and coordinated control for redundant mobile robot

申请人姓名: \_\_\_\_\_ /

指导教师: \_\_\_\_\_ /

专业名称: 机械电子工程

研究方向: 机器人运动规划及控制

所在学院: 机械工程学院

论文提交日期 2018 年 10 月



# 移动机器人冗余特性下的运动规划与 协调控制



论文作者签名: \_\_\_\_\_

指导教师签名: \_\_\_\_\_

论文评阅人 1: \_\_\_\_\_ 教授

评阅人 2: \_\_\_\_\_ 教授

评阅人 3: \_\_\_\_\_ 教授

评阅人 4: \_\_\_\_\_ 教授

评阅人 5: \_\_\_\_\_ 教授

答辩委员会主席: \_\_\_\_\_

委员 1: \_\_\_\_\_

委员 2: \_\_\_\_\_

委员 3: \_\_\_\_\_

委员 4: \_\_\_\_\_

答辩日期: \_\_\_\_\_



**Motion planning and coordinated control**  
**for redundant mobile robot**



**Author's signature:** \_\_\_\_\_

**Supervisor's signature:** \_\_\_\_\_

External Reviewers: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Examining Committee Chairperson:  
\_\_\_\_\_

Examining Committee Members:  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Date of oral defence: \_\_\_\_\_



## 浙江大学研究生学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得 浙江大学 或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名： 签字日期： 年 月 日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 浙江大学 有权保留并向国家有关部门或机构送交本论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权 浙江大学 可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索和传播，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名： 导师签名：

签字日期： 年 月 日 签字日期： 年 月 日



## 摘要

移动机器人是近年机器人研究中快速发展的领域，主要可以划分为移动平台及具有操作臂的移动机械臂两种形式。运动规划和控制是目前关于移动机器人研究的主要内容，吸引了大量学术界和工业界研究人员的关注。其中，冗余特性是目前移动机器人运动规划和控制研究面临的一个重要挑战和难题，其主要包含两个方面：移动平台多轮独立驱动导致的冗余特性和移动平台结合机械臂引起的冗余运动学自由度。本文分别针对冗余驱动移动平台，创新地提出了兼顾车体运动跟踪性能和驱动协调的控制理念，设计了多层次结构自适应鲁棒协调控制策略；针对具有冗余运动学自由度的移动机械臂，提出一套车臂一体运动规划方法，从而实现移动机器人冗余特性运动规划和协调控制。

论文分析了多轮独立驱动移动平台的结构特点，明确了该类移动平台控制问题与传统的两轮驱动移动平台控制问题之间的重要区别——冗余驱动特性可能导致驱动车轮运动无法同时协调的问题。为了实现此类移动平台控制性能的提升，移动平台的轨迹跟踪及车轮运动协调是两个关键的控制问题。而且目前关于冗余驱动移动平台的动力学模型研究尚不完善，且现在基于运动学的运动分配控制方法，无法满足更高性能控制的要求。为解决以上问题，本文在深入研究冗余驱动移动平台模型后，先提出了一种简单有效的自适应运动分配方法，然后进一步提出了一种多层次结构自适应鲁棒协调控制策略以获得更好车体轨迹跟踪性能的同时协调各驱动车轮运动。另外，本文针对移动机械臂系统，深入研究了移动机械臂的运动学机理，明确了冗余运动学自由度是移动机械臂运动规划存在主要难题，即具有无数解使得末端执行器到达目标位置。为了解决以上问题，本文在深入研究移动机械臂模型后，提出一种基于优化方法的移动机械臂运动规划方法以实现移动机械臂在目标约束（构型空间，笛卡尔空间）、关节运动约束、稳定性约束和障碍约束下的一体化运动规划。

论文首先探索冗余驱动移动平台的多系统耦合建模方法：所提的机理建模分析方法对冗余驱动移动平台各部件给出了完整的运动学和动力学转换关系，对车轮/地面交互作用给出了详细的描述；然后，论文研究了一种基于运动学模型的运动分配控制方法：所设计的控制器方法简单、易于工程实现等优点，通过轨迹跟踪层+运动分配层两层控制结构，分别设计自适应鲁棒控制算法和自适应运动分配算法，在具有车轮滑动情况下能够取得更高的车体运动性能。进一步，论文提出兼顾车体运动跟踪与驱动协调的三层结构

控制方法：高层基于车体动力学设计自适应鲁棒轨迹跟踪控制方法，获得车体期望总驱动力与扭矩；中层针对冗余驱动问题，考虑车轮/地面交互作用关系实现控制分配，将来自高层的驱动力和扭矩转化为各车轮期望滑差率；底层实现滑差率控制，保证了系统的稳定，并实现了性能的进一步提升。理论及对比实验研究表明，所提出的自适应运动分配控制方法和同时协调车体运动跟踪及车轮运动的控制方法能够在目前方法上进一步提高性能，具有优越的理论性能和鲁棒实用价值，是解决冗余驱动移动平台控制的有效途径；最后，论文针对具有冗余运动学自由度的移动机械臂，提出了一种基于优化方法的运动规划方法：通过分析移动机械臂存在的目标约束、关节约束、稳定性约束和障碍约束，设计路径最短优化目标，规划出移动机械臂运动轨迹，同时协调车体运动和机械臂运动，实现一体化运动规划。理论及对比实验研究表明，所提出的一体化运动规划方法能够实现移动机械臂的运动协调，是解决具有冗余自由度移动机械臂运动规划的有效方法。

本论文共分为六章，现分别简述如下：

第一章，介绍了移动机器人的研究背景，分析了冗余问题是移动机器人系统运动规划及控制所面临的一个重要问题。然后，阐述了冗余驱动移动平台研究现状和不足，提出了兼顾车体运动和驱动协调的控制理念。进一步分析了移动机械臂运动规划方法的研究现状和不足，提出了冗余自由度下一体化运动规划理念，并介绍了课题的研究意义和论文研究的主要内容。

第二章，针对多轮独立驱动移动平台，采用机理建模方式，给出了车体运动与车轮运动的完整描述，并通过研究车体与车轮之间的力、运动关系，建立了冗余驱动移动平台的多系统耦合动力学模型，为实现多轮独立驱动的移动平台的运动控制器设计提供基础条件。针对移动机械臂，研究移动机械臂各组成部分（驱动轮、移动平台、机械臂等）相互耦合关系，分析移动机械臂冗余自由度运动学特性，提出多系统耦合的模型，为移动机械臂的运动规划提供模型支撑。分别对冗余驱动移动平台和移动机械臂设备进行系统辨识和参数识别，获得运动学与动力学模型中的主要参数。

第三章，提出了一种基于运动分配的自适应鲁棒控制两层架构设计方法，该方法在轨迹跟踪层基于自适应鲁棒控制算法保证系统在不确定性影响下的车体运动跟踪性能，在运动分配层将车体运动映射为车轮运动，实现整体跟踪控制，控制器具有易于工程实现的优点；针对车体滑动、地面变化等实际情况，引入分配系数的概念并在线精确参数估计实现自适应运动分配算法；与现有移动平台运动分配控制算法的对比实验证了所提出的自适应运动分配自适应鲁棒控制方法的控制性能和实用价值。

第四章，在控制器设计中考虑车体动力学、车轮/地面交互作用和车轮动力学，提出一种冗余驱动移动平台的多层结构自适应鲁棒协调控制方法。首先，基于完整动力学建立了便于补偿控制和参数自适应实现的动力学模型；据此，提出同时实现车体轨迹跟踪控制和车轮运动协调的控制方法并设计多层结构自适应协调算法。高层控制器基于车体动力学设计轨迹跟踪算法，实现车体轨迹的精确跟踪；中层控制分配算法基于高层期望驱动力和力矩进行控制分配，解决冗余驱动问题，实现车轮运动协调；底层滑差控制器实现车轮运动。最后，通过冗余驱动移动平台实验设备上的对比实验，验证了本章提出的多层结构自适应鲁棒控制方法相比传统运动分配算法在控制性能上的进一步提升。

第五章，针对移动机械臂系统，提出了移动机械臂一体化运动规划方法。首先，本文将移动平台移动距离和各机械臂关节角运动角度构成的最短路径函数作为运动规划的代价函数；建立包含构形空间的约束和任务空间两种形式的移动机械臂目标状态的等式约束条件，稳定性约束、移动机械臂的避障和关节角运动限制用不等式约束；采用基于优化的方法实现移动机械臂的一体化运动规划。最后，通过移动机械臂实验平台的仿真和实验，验证了所提出运动规划算法的有效性。

第六章，归纳总结了本论文的主要工作，阐述研究结论和创新点，对后续研究进行了展望。

**关键词：**机器人；移动机械臂；冗余特性；自适应鲁棒控制；运动规划；协调控制



## Abstract

The mobile robot is a rapidly developing research field in recent years, which mainly includes mobile platform and mobile manipulator. Motion planning and coordinated control are the main contents of current mobile robot research, which have attracted wide attention from academia and industry. The redundant degrees of freedom is a major challenge and difficult problem in the research of motion planning and control of mobile robot. In this paper, for over-actuated mobile platform, a multi-layer control allocation method is proposed, which considers both trajectory tracking performance and wheel motion coordination; for the mobile manipulator with high redundant kinematic freedom, an optimization-based integrated motion planning method is proposed.

In this paper, the structural characteristics of over-actuated mobile robots is analysed, and clarifies the important difference between the control of over-actuated mobile robots and the traditional two-wheel-driven mobile robots, where the driving wheels are independently driven without physical connection, which may lead to the problem of uncoordinated movement of each wheel. In order to improve the control performance of this kind of mobile robot, trajectory tracking and wheel motion coordination are two key control issues. At present, the dynamic model of over-actuated mobile robot is not perfect, and the kinematic-based motion allocation control method can not meet the requirements of high performance control. To address the above problems, we propose a simple and effective adaptive motion allocation method, and then a three-level control allocation method is also proposed to achieve better trajectory tracking performance while coordinating the wheel motion. In addition, in this paper, the kinematics of the mobile manipulator is studied. It is clear that high redundancy kinematics freedom is the main challenge in the motion planning of the mobile manipulator, that is, there are numerous solutions to make the end effector achieve target position. Thus, a motion planning method based on optimization method is proposed to realize the integrated motion planning of mobile manipulator under target constraints (configuration space, Cartesian space), joint motion constraints and obstacle constraints.

Firstly, a multi-system coupled modeling method of over-actuated mobile robot is proposed, which presents a complete kinematics and dynamics transformation relationship for each part of over-actuated mobile robot, and presents a detailed description of wheel/ground interaction-

s. Then, a motion allocation control method based on kinematics model is studied in this paper. The controller is simple and easy to implement in engineering. Compared the direct motion allocation, an adaptive motion allocation algorithm are designed , which can achieve better performance. Furthermore, a three-level structure control method is proposed, which considers both trajectory tracking and wheel motion coordination: In the high level, by mainly focusing on the chassis dynamics, an adaptive robust control law is proposed to track the desired robot motion trajectory and generates virtual friction driving force for the later middle level control design. In the middle level, a control allocation technique is applied to deal with the over-actuated feature such that the wheel slip reference is calculated for each wheel in the low level design. And in the low level, the wheel slip control is designed to track the desired slip reference by considering the wheel dynamics. Theoretical and comparative experimental results verify that the proposed adaptive motion allocation control method and the coordinated control method can further improve the performance, which is an effective way to address the over-actuated mobile robots. Lastly, a optimization based motion planning method is proposed for the mobile manipulator with high degree of redundant kinematics. With the target constraints, joint constraints and obstacle constraints and the shortest path cost function the coordinated motion planning for mobile manipulator to generate a collision free trajectories from the initial state to target state is developed, where the trajectories of mobile platform and manipulator are planned simultaneously by optimization-based method.

The dissertation consists of the following six chapters:

In Chapter 1, the background and development of the mobile manipulator are here introduced. Subsequently, the main problems in the motion planning and control of mobile manipulator are summarized. Then, a literature review is given, including the control of mobile robot, the control of over-actuated system, and a control philosophy is proposed which not only focuses on trajectory tracking of mobile robot, but also simultaneous coordination of driving wheels. Furthermore, the literature review about motion planning is also presented, and the concept of motion planning with high degree of kinematic redundancy is proposed. A brief introduction of the work to be done in this dissertation is subsequently given.

In Chapter 2, a complete description of the chassis motion and the wheel motion is derived by means of theoretical modeling. With the study of wheel/ground interactions, a coupled dynamic of the over-actuated mobile robot is established. For the mobile manipulator, the complete kinematic model is developed by a clear description of transfer matrix and jacobian matrix to address high

degree of kinematic redundancy. Identification experimental results validate the effectiveness of the model.

In Chapter 3, a two-level adaptive robust control with motion allocation is proposed. The ARC theory is implemented in the motion tracking level to generate the virtual desired velocities of the mobile robot for the motion allocation. In the low level, the wheel velocities are calculated from the high level signals. The overall controller is very easy to apply. For the situation with slip and ground variations, the allocation coefficient is introduced and is estimated accurately with parameter identification method. Thus, an adaptive motion allocation is achieved. Comparative experimental results verify that the performance and practical value of the proposed control algorithm.

In Chapter 4, a dynamic model for the over-actuated mobile robots is firstly developed including chassis kinematics, chassis dynamics, wheel/ground interaction, and wheel dynamics. A model-based three-level coordinated adaptive robust control scheme is proposed with the dynamic model. In the high level, by mainly focusing on the chassis dynamics, an adaptive robust control law is proposed to track the desired robot motion trajectory and generates virtual friction driving force for the later middle level control design. In the middle level, a control allocation technique is applied to deal with the over-actuated feature such that the wheel slip reference is calculated for each wheel in the low level design. And in the low level, the wheel slip control is designed to track the desired slip reference by considering the wheel dynamics. Comparative experiments with traditional methods are carried out, and the experimental results show the better performance of our proposed scheme.

In Chapter 5, an integrated motion planning algorithm for mobile manipulator is proposed. Constraints are analyzed and presented in the motion planning work including equality constraints and inequality constraints. The equality constraints commonly contain the start configuration and the target state. The joint limitation and collision avoidance are derived as the inequality constraints. An optimization-based method for mobile manipulator planning with obstacles is proposed, which can generate collisionfree trajectories from a initial guess trajectory, that might be in the obstacles. Various simulations and experiments are carried out, and the results demonstrate that the good performance of the proposed motion planning algorithm.

In Chapter 6, the research progress of this dissertation is summarized. The conclusions and innovations are highlighted. A brief prospect of future work is presented.

**Keywords:** mobile robot; mobile manipulator; redundant; adaptive robust control; motion planning; coordinated control

# 目 录

摘要 .....	I
Abstract .....	V
目录	
插图 .....	XIII
表格 .....	XVII
第 1 章 绪 论 .....	1
1.1 研究背景及意义 .....	1
1.2 研究现状概述 .....	4
1.2.1 冗余驱动系统控制分配策略概述 .....	4
1.2.2 移动机器人运动控制算法概述 .....	6
1.2.3 移动机器人运动规划方法概述 .....	7
1.3 研究内容 .....	8
1.3.1 课题的来源 .....	8
1.3.2 研究内容 .....	9
1.4 本章小结 .....	11
第 2 章 具有冗余特性的移动机器人建模与分析 .....	13
2.1 冗余驱动移动平台建模 .....	14
2.1.1 运动学及动力学建模 .....	14
2.1.2 冗余驱动移动平台实验配置 .....	16
2.1.3 参数的确定 .....	18
2.2 移动机械臂多系统耦合建模 .....	20
2.2.1 移动机械臂系统的实验平台 .....	22
2.2.2 移动机械臂参数 .....	23
2.3 本章小结 .....	25
第 3 章 冗余驱动移动平台运动分配协调控制策略研究 .....	27
3.1 引言 .....	27
3.2 基于运动学模型的直接运动分配控制器 .....	27

3.2.1 问题阐述 .....	27
3.2.2 控制器的总体结构 .....	28
3.2.3 自适应鲁棒跟踪算法 .....	28
3.2.4 运动分配算法 .....	31
3.2.5 车轮自适应鲁棒控制 .....	32
3.2.6 对比实验研究 .....	34
3.3 基于运动学模型的自适应运动分配控制器 .....	38
3.3.1 问题阐述 .....	39
3.3.2 控制器的总体结构 .....	39
3.3.3 在线精确参数估计 .....	40
3.3.4 自适应运动分配算法 .....	41
3.3.5 对比实验研究 .....	42
3.4 本章小结 .....	46
第 4 章 基于动力学模型的移动平台协调控制策略研究 .....	49
4.1 引言 .....	49
4.2 基于动力学模型的动力分配自适应鲁棒协调控制策略 .....	49
4.2.1 问题阐述 .....	49
4.2.2 控制器总体结构 .....	50
4.2.3 自适应鲁棒跟踪算法 .....	50
4.2.4 动力分配与协调控制 .....	54
4.2.5 对比实验研究 .....	55
4.3 考虑车轮/地面交互作用的自适应鲁棒协调控制策略 .....	60
4.3.1 问题阐述 .....	60
4.3.2 控制器总体结构 .....	60
4.3.3 自适应鲁棒跟踪算法 .....	60
4.3.4 控制分配层 .....	64
4.3.5 车轮滑差控制 .....	65
4.3.6 对比实验研究 .....	67
4.4 本章小结 .....	72
第 5 章 移动机械臂高冗余自由度下的运动规划 .....	73
5.1 引言 .....	73

5.2 问题提出 .....	73
5.3 约束分析 .....	74
5.3.1 关节角约束 .....	75
5.3.2 目标约束 .....	75
5.3.3 碰撞检测 .....	76
5.3.4 稳定性约束 .....	78
5.4 运动规划算法 .....	80
5.5 仿真与实验分析 .....	84
5.5.1 对比研究 I .....	84
5.5.2 对比研究 II .....	88
5.6 本章小结 .....	91
第 6 章 总结与展望 .....	93
6.1 论文总结 .....	93
6.2 论文创新点 .....	96
6.3 研究展望 .....	96
参考文献 .....	99



## 插 图

1.1 固定基座机械臂 .....	2
1.2 移动机器人平台 .....	2
1.3 移动机械臂系统 .....	3
1.4 冗余驱动协同控制分配策略。 .....	5
2.1 四轮独立驱动移动平台示意图 .....	14
2.2 车轮旋转运动 .....	16
2.3 四轮独立驱动巡检机器人原理图 .....	17
2.4 NI Compact-rio 9022 控制器 .....	18
2.5 NI Compact-rio 信号采集和输入模块 .....	20
2.6 移动机械臂原理示意图 .....	20
2.7 Kuka youbot 移动机械臂工作原理 .....	22
2.8 Kuka youbot 移动机械臂坐标系统 .....	23
3.1 直接运动分配控制算法控制结构 .....	28
3.2 冗余驱动移动机器人 .....	34
3.3 对比试验 I: 移动机器人运动轨迹 .....	36
3.4 对比试验 I: 移动机器人轨迹跟踪误差 .....	36
3.5 对比试验 I: 各车轮速度 .....	37
3.6 对比试验 II: 移动机器人运动轨迹 .....	38
3.7 对比试验 II: 移动机器人轨迹跟踪误差 .....	38
3.8 对比试验 II: 各车轮速度 .....	39
3.9 自适应运动分配控制算法控制结构 .....	40
3.10 对比试验 I: 移动机器人运动轨迹 .....	43
3.11 对比试验 I: 移动机器人轨迹跟踪误差 .....	43
3.12 对比试验 I: 各车轮速度 .....	44
3.13 对比试验 I: 运动分配系数 .....	44
3.14 对比试验 II: 移动机器人运动轨迹 .....	45

3.15 对比试验 II: 移动机器人轨迹跟踪误差 .....	46
3.16 对比试验 II: 各车轮速度 .....	46
3.17 对比试验 II: 运动分配系数 .....	47
3.18 对比试验 III: 不同地面车体旋转速度 .....	47
3.19 对比试验 III: 运动分配系数 .....	48
4.1 控制器总体结构 .....	50
4.2 对比试验 I: 移动机器人运动轨迹 .....	56
4.3 对比试验 I: 移动机器人轨迹跟踪误差 .....	57
4.4 对比试验 I: 各车轮速度 .....	57
4.5 对比试验 II: 移动机器人运动轨迹 .....	58
4.6 对比试验 II: 移动机器人轨迹跟踪误差 .....	59
4.7 对比试验 II: 各车轮速度 .....	59
4.8 控制器总体结构 .....	61
4.9 对比实验 I: 移动机器人运动 .....	68
4.10 对比实验 I: 移动机器人轨迹跟踪误差 .....	69
4.11 对比实验 I: 各车轮速度 .....	69
4.12 对比实验 II: 移动机器人运动轨迹 .....	70
4.13 对比实验 II: 移动机器人轨迹跟踪误差 .....	71
4.14 对比实验 II: 各车轮速度 .....	71
5.1 移动机械臂的简化模型图 .....	77
5.2 移动机械臂的质心分布 .....	79
5.3 移动机械臂的稳定区域 .....	79
5.4 Kuka youbot 移动机械臂 .....	86
5.5 运动规划对比研究 I: SET 1 的代价函数 .....	87
5.6 运动规划对比研究 I: SET 2 的代价函数 .....	87
5.7 运动规划对比研究 I: SET 1 的各关节角运动轨迹 .....	87
5.8 运动规划对比研究 I: SET 2 的各关节角运动轨迹 .....	87
5.9 运动规划对比研究 I: SET 1 情况下移动机械臂重心变化范围 .....	87
5.10 运动规划对比研究 I: SET 2 情况下移动机械臂重心变化范围 .....	87
5.11 运动规划对比研究 I: SET 1 情况下移动机械臂运动过程 .....	88

5.12 运动规划对比研究 I: SET 2 情况下移动机械臂运动过程 .....	88
5.13 运动规划对比实验 I: SET 1 情况下移动机械臂运动过程 .....	88
5.14 运动规划对比实验 I: SET 2 情况下移动机械臂运动过程 .....	88
5.15 运动规划对比研究 II: SET 1 的代价函数 .....	89
5.16 运动规划对比研究 II: SET 2 的代价函数 .....	89
5.17 运动规划对比研究 II: SET 1 的各关节角运动轨迹 .....	90
5.18 运动规划对比研究 II: SET 2 的各关节角运动轨迹 .....	90
5.19 运动规划对比研究 II: SET 1 情况下移动机械臂重心变化范围 .....	90
5.20 运动规划对比研究 II: SET 2 情况下移动机械臂重心变化范围 .....	90
5.21 运动规划对比研究 II: SET 1 情况下移动机械臂运动过程 .....	90
5.22 运动规划对比研究 II: SET 2 情况下移动机械臂运动过程 .....	90
5.23 运动规划对比实验 II: SET 1 情况下移动机械臂运动过程 .....	91
5.24 运动规划对比实验 II: SET 2 情况下移动机械臂运动过程 .....	91



## 表 格

2.1 驱动电机部分参数 .....	18
2.2 车体参数 .....	19
2.3 车轮参数 .....	19
2.4 移动机械臂参数 .....	23
2.5 关节角限制 .....	25
2.6 移动机械臂质量与惯量 .....	26
3.1 性能指标, 对比试验 I .....	35
3.2 性能指标, 对比试验 II .....	37
3.3 性能指标, 对比试验 I .....	42
3.4 性能指标, 对比试验 II .....	45
4.1 性能指标, 对比试验 II .....	56
4.2 性能指标, 对比试验 II .....	58
4.3 性能指标, 对比试验 I .....	68
4.4 性能指标, 对比试验 II .....	70
5.1 性能指标, 对比试验 I .....	86
5.2 性能指标, 对比试验 II .....	89



# 第1章 绪论

**摘要：**本章详细介绍了移动机器人的需求背景和发展趋势，归纳出移动机器人高冗余特性下运动规划和协调控制难题；简述了移动机器人控制和规划方法的研究现状；最后概述了本课题的研究意义和研究内容。

## 1.1 研究背景及意义

随着德国“工业4.0”、美国机器人发展路线图以及“中国制造2025”等各国家层面重大计划的提出和实施，机器人技术正经历着快速发展的时期。而物联网、大数据、计算机、人机交互等先进技术的快速迭代也促使机器人正从传统的工业领域，例如机械、航空、船舶、汽车、轻工、纺织、食品和电子等领域，逐渐向更广泛的应用场景拓展，例如仓储物流、医疗、家庭服务等领域。机器人产业的高速发展态势，将对社会及经济产生深远的影响。

机器人是一种自动化运行的机械装置，在减轻劳动强度、提高生产率、改变生产模式以及将人从危险、恶劣、繁重的工作环境中解放出来等方面，显示出极大的优越性。随着科学技术的快速发展，机器人也衍生了多种形式，主要有固定基座机械臂和移动机器人。在20世纪六七十年代，固定基座机械臂在机械加工、弧焊点焊、喷涂、装配、检测等方面机器人得到广泛应用<sup>[1][2][3][4][5]</sup>，如图1.1。然而随着机器人研究的深入，人们发现这些固定于某一位置操作的机械臂并不能完全满足各方面的需求，固定式机械臂操作灵活但工作空间有限。为此，研究人员进一步展开移动机器人相关技术的研究。所谓移动机器人，是一种具有高度自规划、自组织、自适应能力，适用于复杂环境中作业的机器人。常见的移动机器人通常会有两种形式：移动平台（不带机械臂）和移动机械臂（带机械臂）。近几十年，大量的研究机构针对移动平台的技术展开研究，尤其在仓储、快递和无人汽车等领域受到广泛的关注，实验室的研究内容正不断地往工业生产和生活中扩展<sup>[6][7][8]</sup>，如图1.2。如，亚马逊推出Kiva仓储机器人，国内菜鸟网络推出的快递机器人及谷歌无人驾驶汽车等。此外，移动机器人的另一种形式——移动机械臂，由于结合了移动平台和机械臂的优点，实现车-臂一体化，不再是只能完成某项简单的操作，而是可以承担多种任务操作<sup>[9][10][11][12][13]</sup>，移动机械臂也成为了工业和学术界研究的主要方向之一。如2003年美国向火星发射的“勇气号”和“机遇号”探索机器人，实



图 1.1 固定基座机械臂



图 1.2 移动机器人平台

现对火星土壤样本的采样；2013 年中国向月球发射了“玉兔号”机器人，实现对月球的探索及采样；日本消防中心装备的 Robocue 机器人能用于火灾、地震等危险环境下的救援；Willow Garage 公司研制 PR2 移动机器人是目前研究领域一款典型的移动机器人，是一款具有视觉、导航、移动平台及双机械臂的综合性设备；Kuka 公司也推出专门用于教育与研究的 youbot 移动机器人，如图 1.3。目前，国内外高校正在针对移动机器人相关领域展开研究，如，斯坦福大学<sup>[14]</sup>、卡耐基梅隆<sup>[15]</sup> 和加州大学伯克利分校<sup>[16]</sup> 等国际著名高等院校也对移动机器人进行研究。我国的高校和研究所也对移动机器人展开了一定研究，例如清华大学<sup>[17]</sup>、浙江大学<sup>[18]</sup>、哈尔滨工业大学<sup>[19]</sup>、华中科技大学<sup>[11]</sup>、上海交通大学<sup>[20]</sup>、北京理工大学<sup>[21]</sup> 和华南理工大学<sup>[22]</sup> 等。与国外相比，我国的移动机器人技术

仍存在一定差距。由于移动机器人是一个多功能高度集成的系统，其涉及研究内容非常广，包括：定位与导航、视觉、人工智能及控制与规划等方面<sup>[9][10]</sup>。作为移动机器人研究中的重要组成部分，控制与规划是实现机器人运动与执行的重要技术难题，因此对移动机器人的控制与规划的研究具有很重要的意义。

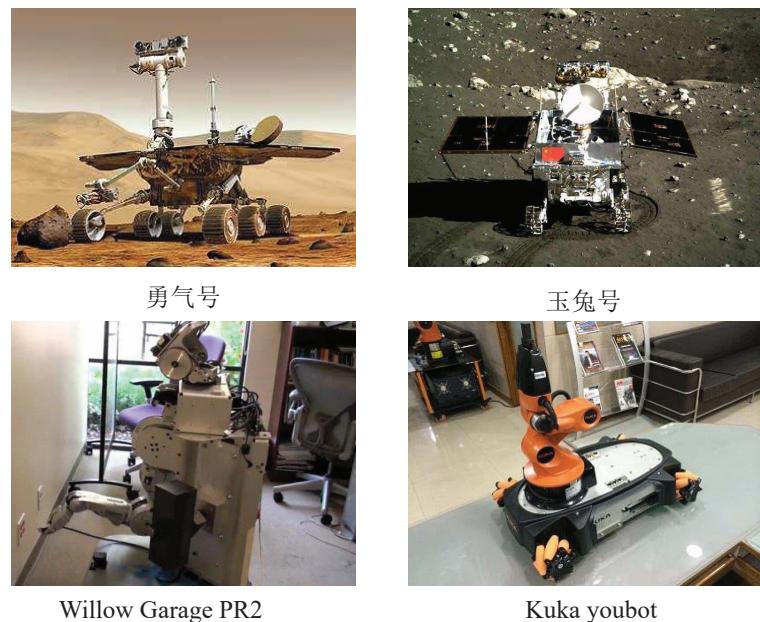


图 1.3 移动机械臂系统

然而，移动机器人的控制与规划不是一项简单的技术，实际应用中，受到多方面因素的制约。其中，冗余特性是移动机器人控制与规划需要解决的一个重要挑战，主要包含两个方面：移动平台多轮独立驱动导致的冗余特性和移动平台结合机械臂引起的冗余运动学自由度。具体来讲，传统的两轮驱动移动机器人已无法满足大负载、强爬坡等性能需求，各应用几乎均需要采用多轮独立驱动的方式，从而使得移动机器人具有更强驱动力，提高负载能力，但也带来了冗余驱动特征。由于各车轮运动相互独立，不能将同侧车轮简单地视为一个整体，需要同时考虑车体的轨迹跟踪和车轮的运动协调，冗余驱动移动平台轨迹跟踪控制器设计是目前有待研究。目前，虽然已有不少来自工业界和学术界关于移动平台轨迹跟踪控制的研究，但针对冗余驱动移动平台的轨迹跟踪控制研究较少<sup>[23-26]</sup>。一种常见的控制器方法是基于运动学的控制器<sup>[27][28,29]</sup>，此类控制器分为两层：上层实现基于运动学的轨迹跟踪控制率；下层通过车体的结构进行运动分配得到车轮的驱动速度。由于其简单的结构，在不同领域得到了广泛的应用，包括冗余驱动移动平台。然而，由于忽略车体动力学，运动学控制器性能会有一定的限制。为了提高控制性能，有学者提出基于动力学的轨迹跟踪控制器<sup>[26][30]</sup>。然而，目前关于移动机器人轨迹

跟踪控制的研究大多基于两轮或者汽车式移动机器人，控制器设计时均未考虑移动平台存在的冗余特征。当前关于冗余驱动移动平台的建模与特性分析及相关的协调控制等问题尚未有系统性完善的研究。为此，如何兼顾轨迹跟踪及冗余驱动特性设计冗余驱动平台的控制器是这类系统控制的关键问题之一，也是研究工作的热点方向。

此外，对于移动平台和机械臂相结合的移动机器人——移动机械臂，其同时具备移动性能和操作性能，消除了固定基座机械臂的操作空间的限制，能以更优的位姿完成更大范围的任务，但也导致了高冗余运动学自由度的问题，即移动机械臂能以无穷多的轨迹执行任务，给移动机械臂车臂运动协调规划的操作提出了新挑战<sup>[31][22][32][33]</sup>。目前，已有不少学者关于移动平台或者机械臂运动规划的研究<sup>[34][35]</sup>。然而，目前运动规划方法大多未考虑移动机械臂的特性，无法适用于具有冗余运动学自由度的移动机械臂系统。当前关于具有冗余运动学自由度移动机械臂车臂协调的研究尚未完善，如何针对此类系统设计车-臂一体化运动规划方法是研究的关键问题之一。

综上所述，移动机器人冗余特性下的运动规划和协调控制的研究需要面临以下主要问题：1、如何考虑冗余驱动特性情况下设计移动平台控制器；2、如何针对移动机械臂实现移动平台-机械臂一体化运动。因此，有必要展开对包括移动机器人不同形式的冗余特性的分析，冗余驱动移动机器人协调控制及冗余运动学自由度下移动机器人的运动规划的研究。

## 1.2 研究现状概述

本节将从冗余驱动系统控制分配策略、移动机器人运动控制算法及移动机器人运动规划方法等方面来概述其相关研究现状。

### 1.2.1 冗余驱动系统控制分配策略概述

冗余驱动移动平台是一种常见的冗余驱动系统，具有以下特征：1) 冗余的驱动设备能够提供足够的动力满足设备运行；2) 具有较高的容错能力，比如损坏其中一个设备并不影响整体运行。而冗余特性也增加了控制器设计的难度，控制分配策略是冗余驱动系统的有效解决方法，该控制器结构通常分为两层<sup>[36,37]</sup>，如图1.4。第一层，高层运动控制算法产生虚拟控制输入向量给系统。虚拟输入通常由一组输入与系统具有相同自由度的驱动力和扭矩组成。对于一个广义机械系统，我们有以下动力学模型

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)\tau \quad (1.1)$$

其中,  $f, g$  表示函数,  $x \in R^n$  表示状态向量,  $t$  表示时间,  $\tau \in R^m$  表示虚拟控制输入向量且与高层输出命令  $\tau_c$  相同。高层控制算法基于以上动力学模型设计控制器, 获得虚拟控制输入。

第二层, 控制分配层将上层虚拟输入分配得到各执行器的驱动力, 使得执行器产生的驱动力总和与虚拟输入驱动力相同。通常, 控制分配的设计基于如下模型

$$\tau = h(u, x, t) \quad (1.2)$$

其中,  $h$  表示函数,  $u \in R^p$  表示控制输入。由于该系统是冗余驱动系统, 我们有  $p > m$ , 使得根据虚拟控制输入计算得到控制输入  $u$  的解释非唯一的, 故底层控制分配过程主要是求上述方程的解。在以上模块化的控制结构下, 高层控制器的设计不需要考虑下层执

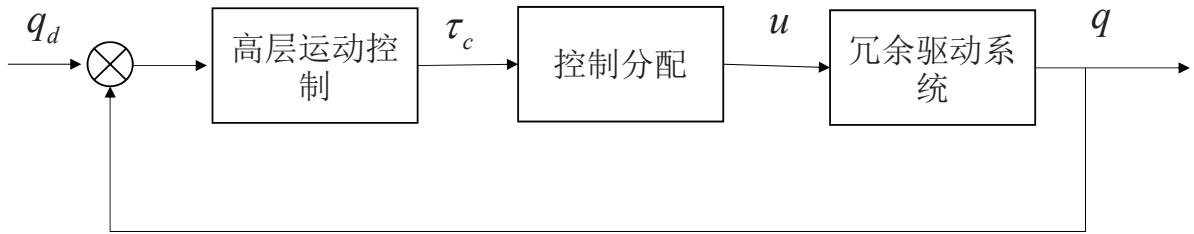


图 1.4 允余驱动协同控制分配策略。

行器状况, 并通过下层控制分配实现执行器的协调, 比如容错、约束等<sup>[38]</sup>。因而, 控制分配算法的主要目标就变为计算一个控制输入  $u$  使得虚拟控制输入  $\tau_c$  与执行器产生的作用相等。通常控制分配问题一般使用优化求解实现, 即求解如下方程

$$\begin{aligned} \min \quad & J(x, u, s, t) \quad \text{subject to} \\ & \tau_c - h(x, u, t) = s \end{aligned} \quad (1.3)$$

其中,  $J(x, u, t)$  表示代价函数;  $s$  表示松弛变量。由于在冗余驱动系统中控制输入的维度比虚拟控制的维度高, 那么上述优化过程的解并不是唯一的。故可以有不同角度设计代价函数, 比如能量消耗、磨损等。

此外, 有不少学者将控制分配算法在工程实际中进行应用, 如飞行器, 汽车和游艇等<sup>[39-44]</sup>。例如, 有学者基于飞行器设计控制分配方法<sup>[45]</sup>; Feemster 等人<sup>[43,46]</sup>提出了基于快艇的控制分配技术框架, 设计期望控制输入与合驱动力之间误差为代价函数, 将控制分配问题变成求解优化问题, 并在实际场景中做了大量实验; 有学者针对多驱电动汽车提出控制分配技术解决冗余驱动问题<sup>[47,48]</sup>, 该方法将上层控制输出(车体驱动力和驱动扭矩)通过能量最优的方式进行分配得到各车轮的驱动力; Chen 等人<sup>[49]</sup>对飞行器系统提出了控制分配控制方法, 该方法进一步考虑受约束问题进行控制分配; 部分学者考虑

执行器失常情况下，设计控制分配算法<sup>[50,51]</sup>。此外，也有一些关于冗余驱动系统的控制器设计方法<sup>[52-55]</sup>。然而，以上控制分配策略大都直接分配得到控制输入，均未考虑执行器动力学无法协调执行器运动，且在某些系统中易导致出现不期望的现象，比如对于冗余驱动移动平台，上述未考虑车轮动力学的控制分配方法无法协调车轮运动，会导致车轮转速过快空转等现象发生。

由此可以看出，如何在考虑车轮动力学的情况下设计控制分配策略是冗余驱动移动平台运动轨迹跟踪的一个亟待解决的重要难题。

### 1.2.2 移动机器人运动控制算法概述

在移动平台轨迹跟踪策略方面，针对非完整约束特性、模型不确定及参数时变特征，主要有自适应控制<sup>[56-60]</sup>、鲁棒控制<sup>[61-64]</sup>、神经网络控制、模糊控制和反馈线性化等方法<sup>[65-68]</sup>。其中，Y.Kanayama 等人<sup>[69]</sup>针对机器人运动学中的非完整约束特性提出了一种稳定跟踪控制律。K.Watanabe、A.Saffiotti 等研究人员<sup>[70,71]</sup>针对轮式移动机器人实际运行中所处的不确定环境条件和系统具有的模型不确定性，采用了不同的模糊控制技术。K.Shojaei 等人<sup>[72]</sup>针对模型参数时变特性提出了一种直接输入输出线性化反馈的自适应控制方法。Chwa Da 等人<sup>[73]</sup>利用 Backstepping 技术反馈线性化移动机器人系统，设计轨迹跟踪控制器。Ying-Chieh Yeh 等人针对轮式移动机器人动力学，结合模糊技术和神经网络技术设计了一种自适应控制器<sup>[74]</sup>。

近年来，针对实际系统普遍存在模型不确定及参数不确定的情况，Yao 提出了一套具有严格理论框架的非线性自适应鲁棒控制（ARC）算法<sup>[75-77]</sup>，有效地结合了传统鲁棒控制和自适应控制的本质工作机理，并从理论上严格证明了其可在所考虑不确定性范围内保证瞬态响应性能和一定的稳态跟踪精度，以及在只存在参数不确定时获得零跟踪误差。该算法在直线电机高速高精度运动控制中具有高性能的伺服跟踪效果<sup>[78-81]</sup>。同时，考虑到实际应用中必然存在的测量噪声，Yao 进一步提出了基于期望补偿的自适应鲁棒控制（DCARC）理论<sup>[82,83]</sup>，在自适应模型补偿回路中采用期望轨迹的当前状态量来替代实际状态量以削弱噪声的影响。然而，前两类自适应鲁棒控制算法虽然能够取得良好的伺服跟踪效果，但即使在满足持续激励（PE）条件下亦无法保证参数自适应收敛到物理真实值。据此，Yao 随后提出了一种直接/间接集成自适应鲁棒控制理论（DIARC）<sup>[84,85]</sup>，该控制器在保证优越伺服跟踪性能的同时还可实现准确快速的在线参数估计，而准确估计的模型参数实际上还可用于故障诊断、轨迹规划等智能化需求功能。目前，随着数控装备智能化需求的日益加深，Yao 还进一步拓展了面向系统性能最优的

受限优化模型补偿 ARC 运动控制方法理念<sup>[86-89]</sup>, 提出多回路多采样率的设计方法, 在 ARC 理论框架下, 通过在线学习与轨迹规划等手段的有效结合, 实现系统在动力学约束及实际物理限制下的极限动静态控制性能。这类控制器为移动机器人的轨迹跟踪运动控制算法提供借鉴。

### 1.2.3 移动机器人运动规划方法概述

运动规划方法是目前智能机器人研究的一个重要课题。当机器人处于一个未知的或者一直的环境中, 机器人主要任务就是通过感知周边环境, 避开障碍物, 从而实现目标。上述过程就是机器人的运动规划。由于运动规划过程的复杂性, 不同研究者从不同角度展开研究, 目前机器人的运动规划方法主要分为以下几类。1) 基于图搜索的方法, 这一类算法的主要思想就是遍历从点 A 到 B 之间的状态空间。这里的状态空间通常表示为目标点在环境中的占用网格和格子。从运动规划的角度看, 两点之间可以用不同状态进行描述。目前已有不少学者提出相关的图搜索算法。例如, 一些学者提出了以深度优先寻路算法、广度优先寻路算法、Dijkstra 等图搜索方法<sup>[90-92]</sup>。这种算法通过图搜索技术获得一条最短路径。这类算法就是一种贪婪算法, 不断扩大搜索范围直到找到最短路径。另外学者进一步在贪婪算法的基础上提出启发式的图搜索方法<sup>[93-95]</sup>, 比如 A\* 算法最为常用<sup>[34]</sup>, 这类算法能相对提高运动规划的速度。以上基于图搜索的运动规划方法是完备的算法能获得最优解, 但是图搜索算法复杂度较大, 对于在二维小尺度栅格地图上图搜索方法的缺点并不明显, 但是在高维运动规划问题上, 比如机械臂、蛇形机器人的规划问题将带来巨大的计算代价。2) 另外一类算法是基于随机采样的运动算法, 以 RRT 及各种 RRT 变种最为常见。这种算法一般是不直接在网格地图进行最小栅格分辨率的规划, 它们采用在地图上随机撒一定密度的粒子来抽象实际地图辅助规划, 可简单描述为: 先定义节点结合边集, 对状态空间随机采样, 连接与当前点最近的采样点, 再对采样点进行扩展, 若生成的轨迹不与障碍物碰撞, 则将该采样点加入节点集合, 轨迹加入边集合, 直到终点纳入节点集合为止。为提高 RRT 算法的计算效率, 以及考虑运动规划的约束, 近年来不断提出改进的 RRT 算法。文献<sup>[96-98]</sup> 提出了 RRT-Connect 算法, 该算法能够从起点和目标点同时构建拓展树, 直到两者相遇, 能够进一步提高规划效率; 文献<sup>[99,100]</sup> 提出了启发式 RRT 算法, 引入启发函数作为代价函数, 进而提高规划效率; 为了尽可能使得规划出的路径能够满足最优性, 部分学者提出 RRT\*<sup>[35,101]</sup> 运动规划算法; 上述 RRT 算法及变种均为考虑微分约束比如非完整约束, 为了解决该问题, 部分学者提出了 Anytime RRT\* 的运动规划算法<sup>[102,103]</sup>。由于基于随机采样的运动规划方法具有更快的计算速度,

此算法在高维运动规划问题中得到广泛运用。然而，由于结果的随机性，这类规划算法不一定能找到最优解，并且求解速度的稳定性无法保证。3) 插值法运动规划策略。函数差值方法通常用于对已知的 way-points 进行路径光滑，这类方法能够通过考虑可行性，舒适性和汽车动力学等因素来适应道路状况。插值的通常指在给定的数据范围内构建一组新的数据的过程<sup>[104]</sup>。目前有不同的方法用于路径光滑和生成。一类是基于圆弧和线的方法，不同的路面网络可以直线和弧线进行插值。这是一种非常简单的路径规划方法用于解决汽车式机器人<sup>[105,106]</sup>。多项式拟合的方法，通常这类方法适用于满足一些约束的插值过程，比如位置，角度和曲率等约束<sup>[107]</sup>。例如，Livic 实验室<sup>[108]</sup> 应用这些方法实现变道场景；文献<sup>[109]</sup> 利用三次多项式生成安全轨迹用于超车。还有一类是贝塞尔曲线法，这是一种依赖控制点定义形状的方法，核心就是 Bernstein 多项式。这类曲线的优势在于低计算代价，且目前以进行了广泛的应用。例如，文献<sup>[110]</sup> 将该曲线应用于无人驾驶车辆，且发现 3 次和 4 次贝塞尔曲线比较适合应用。另外样条曲线也是常见的插值规划方法，也是一种常见的运动规划方法<sup>[111]</sup>。这类方法通常适用于 4 阶模型，更高阶的模型计算将会很复杂。上述插值法运动规划策略，通常依赖于全局规划点，在考虑障碍物情况下变得耗时。4) 还有一种方法是基于最优控制的运动规划方法<sup>[112-114]</sup>。这类算法的主要目的就是最小化或者最大化在不同约束下的一个目标函数，在运动规划领域通常用来光滑之前计算出来的轨迹。有不少学者在基于优化方法的运动规划方面展开了研究。文献<sup>[115]</sup> 通过最优化方法提高了人工势场法在具有障碍物和窄通道情景下的性能；文献<sup>[116]</sup> 通过最小化包含位置、速度、加速度及 jerk 约束的方程，获得车体运动轨迹。这类运动规划方法能够考虑各种道路状况约束，当然也面临一定的缺陷。基于优化的运动规划方法由于考虑很多约束，进而变得非常耗时，往往这类运动规划方法会在一定时域停止。综上所述，目前运动规划方法大多基于移动平台或机械臂系统，并取得了一定的效果。而对于移动机械臂系统，需要进一步考虑任务的特点和需求，针对模型特征、冗余特性及约束条件等展开详细分析，研究移动机械臂冗余自由度下运动规划方法是解决实际作业的关键问题。

### 1.3 研究内容

#### 1.3.1 课题的来源

本课题来源于“高速高精度运动控制理论及方法的基础研究”(No.50528505)，同时课题研究也受益于教育部长江学者奖励计划和中组部千人计划的支持。

### 1.3.2 研究内容

本文的研究着眼于移动机器人冗余特性下的运动规划和协调控制，针对移动机器人面临的不同类型的冗余特性：冗余驱动移动平台和具有冗余运动学自由度移动机械臂，展开了运动规划和协调控制系统的研究。针对冗余驱动移动平台创新地提出兼顾车体轨迹跟踪和冗余驱动特性的协调控制理念；针对具有冗余运动学自由度的移动机械臂提出一套车臂一体运动规划方法，最终实现移动机器人高冗余自由度下的运动规划和协调控制。论文的研究密切结合了移动机器人研究的基础理论，以及国家发展高端装备的重大需求，为移动机器人的冗余特性问题提供了一套运动规划和协调控制方法，具有较强的实际意义和科学意义。

为此，论文的主要开展了一下几个部分的研究工作：

第1章，绪论。阐述了移动机器人的研究背景，指出移动机器人冗余特性下运动规划和协调控制研究的现实意义和应用前景；简述了移动机器人控制和规划方法的研究现状；归纳出移动机器人研究设计的主要挑战。

第2章，具有冗余特性移动机器人的建模与分析。对具有冗余特性的四轮独立驱动移动平台和移动机械臂等移动机器人实验平台的硬件构成和建模分析。针对冗余驱动移动机器人平台，考虑车体冗余驱动特性及车轮/地面之间的复杂交互作用和车轮动力学的影响，建立更加精确的动力学模型，为实现冗余驱动移动平台的运动控制器设计提供基础条件。针对移动机械臂系统，研究移动机械臂各组成部分（移动平台、机械臂等）相互耦合关系，分析移动机械臂冗余自由度运动学特性，提出具有冗余自由度的运动学模型，为移动机械臂平台的运动规划提供模型支撑。最后分别对移动平台和移动机械臂实验平台进行系统辨识和参数识别，获得运动学与动力学模型中的主要参数。

具体内容包括：(1) 研究冗余驱动移动平台结构组成，深入分析车体动力学、车轮/地面交互作用及车轮动力学之间的耦合关系与描述，建立完成的冗余驱动移动机器人动力学模型；(2) 研究移动机械臂系统中的各组成构建（驱动轮、移动平台、机械臂等）相互作用关系，建立具有冗余自由度的移动机械臂运动学模型。

第3章，冗余驱动移动平台的运动分配协调控制策略。基于冗余驱动移动平台运动学模型，设计运动分配控制策略。运动分配控制策略分为上下两层：上层轨迹跟踪策略，实现车体对期望轨迹的精确跟踪；下层运动分配方法，将来自高层的期望速度与旋转速度进行分配得到各侧车轮的速度。首先，针对上层控制器，设计自适应鲁棒轨迹跟踪策略，以提高轨迹跟踪性能，并基于传统运动分配方法实现运动分配。通过实验分析目前设计的运动分配控制策略存在的不足，以此为基础，进一步研究自适应运动分配策略。

具体内容包括：（1）采用自适应鲁棒控制算法，设计冗余驱动移动平台上层轨迹跟踪控制策略，基于通过传统的运动分配策略实现车体跟踪，通过实验对比验证算法有效性，并进一步分析算法存在的不足之处；（2）基于上述运动分配的思路，引入运动分配系数的概念，即车体期望速度到车轮速度之间的映射关系并不仅仅依赖车体尺寸，还需考虑分配系数。基于以上新的分配思路，设计运动分配系数在线辨识策略，实现自适应运动分配控制策略，并通过实验对比验证有效性。

第4章，基于动力学模型的冗余驱动移动平台协调控制策略。针对冗余驱动移动平台，设计基于自适应鲁棒的控制策略保证系统在不确定影响下的跟踪性能的动力分配控制策略，在驱动力分配层对具有冗余驱动的移动机器人进行驱动力矩分配，从而能够实现冗余驱动移动机器人的协调控制，分析该方法存在的不足。进一步，考虑移动机器人车轮/地面的影响规律、车轮动力学的影响，完善了冗余驱动移动机器人协调控制策略，提出具有多层结构的自适应鲁棒控制策略。通过对比实验，验证所提出冗余驱动移动机器人协调控制策略的控制性能。

具体内容包括：（1）设计自适应鲁棒轨迹跟踪策略，保证冗余驱动移动机器人的跟踪性能，并通过对比实验验证有效性，进一步分析该动力分配方法存在的问题。（2）上述动力分配方法解决了冗余驱动平台存在的冗余问题，却忽略了车轮动力学影响。由此，考虑车体动力学，车轮/地面交互作用和车轮动力学构成的完成动力学模型，设计新的协调控制策略。该控制策略包含三层：高层车体轨迹跟踪自适应鲁棒控制策略；中间层实现车体驱动力到车轮滑差率的分配；底层实现车轮滑差控制。通过实验对比验证提出方法的有效性。

第5章，移动机械臂冗余自由度下的运动规划。移动机械臂由于移动平台和机械臂的结合，且能以不同的位姿执行任务，具有较高冗余自由度，导致移动机械臂整体行为不能单独研究各独立子系统（移动平台或机械臂），需要对移动机械臂进行一体化规划，使其能更好执行任务。同时，需要分析移动机械臂末端执行器约束、移动机械臂避障、稳定性约束和关节角运动限制等因素，规划出一条移动机械臂运动轨迹，解决移动机械臂冗余自由度下的运动规划问题。

具体内容包括：（1）根据移动机械臂具体任务需求，确定运动规划目标函数（比如，高效率、路径最短和时间最优等）和约束条件（速度限制、状态限制和加速度限制等）；（2）分析移动机械臂目标状态的等式及不等式约束条件，包括构型空间的约束和任务空间的目标约束，各关节运动范围、稳定性约束和避障等不等式约束（3）针对移动机械臂的目标函数、约束条件构成的非凸优化问题优化求解，建立移动机械臂高冗余自由

度下运动规划理论体系。

第5章，总结与展望。

## 1.4 本章小结

1、阐述了移动机器人的研究背景，指出移动机器人运动规划和协调控制研究的现实意义和应用前景，归纳出移动机器人研究设计的主要挑战。

2、详细介绍了冗余驱动移动平台轨迹跟踪控制的研究现状，包括冗余驱动移动平台的运动学控制、动力学控制、控制分配策略等，具体指出控制方法存在的问题及在冗余驱动移动平台上应用存在的不足。

3、详细介绍了运动规划方法的研究现状，包括基于图搜索方法、随机采样方法、插值拟合方法及基于优化方法，具体指出各种运动规划方法的优缺点及其在具有冗余运动学自由度移动机械臂上存在的不足。

4、概述了本论文的研究内容。



## 第2章 具有冗余特性的移动机器人建模与分析

**摘要：**本章介绍了论文研究所使用具有冗余特性的四轮独立驱动移动平台和移动机械臂等移动机器人实验平台的硬件构成和建模分析。针对四轮独立驱动移动平台，考虑车体四轮独立驱动的冗余特性及车轮/地面之间的复杂交互作用和车轮动力学的影响，建立更加精确的动力学模型，为实现冗余驱动的移动平台的运动控制器设计提供基础条件。针对移动机械臂平台，研究移动机械臂各组成部分（驱动轮、移动平台、机械臂等）相互耦合关系，分析移动机械臂高冗余自由度运动学特性，提出多系统耦合的运动学模型，为移动机械臂平台的运动规划提供模型支撑。最后分别对移动平台和移动机械臂实验平台进行系统辨识和参数识别，获得运动学与动力学模型中的主要参数。

### 引言

为了更好的实现移动机器人高冗余自由度下的运动规划与协调控制，需要对具体对象结构和特性进行机理分析，并准确地建立物理建模和参数估计确定相应模型参数。从系统结构上，移动机器人的冗余特征主要包含：移动平台的冗余驱动、移动机械臂的高冗余自由度两种类型。在实际运行过程中，移动平台的冗余驱动的结构，使得驱动平台具有更高的负载能力、户外探索能力及容错特性。同时，冗余特征也进一步增加了系统的复杂程度，为了实现冗余驱动移动平台的高性能控制，有必要建立考虑冗余驱动特征的耦合动力学模型。对于移动机械臂，机械臂安装于移动平台之上，该结构使机械臂拥有较大工作空间和高冗余自由度，并同时具有移动和操作功能，使其具有在更短的时间内，以更优的位姿完成更大范围内的任务的能力。考虑到移动机械臂的复杂结构特征，为深入理解移动机械臂的工作机理，实现移动机械臂的运动规划，有必要建立涵盖车-臂一体化耦合特性的运动学和动力学模型。本章分别从冗余驱动移动平台、移动机械臂两个角度建立多系统耦合动力学模型。具体来讲，基于冗余驱动移动平台系统，分析车体的运动机理、车轮/地面交互作用及车轮的影响，建立冗余驱动移动平台的动力学模型；基于移动机械臂系统，分析移动平台与机械臂之间的耦合关系，分析移动机械臂的高冗余自由度运动学，并进一步建立多系统耦合的移动机械臂运动学及动力学模型。

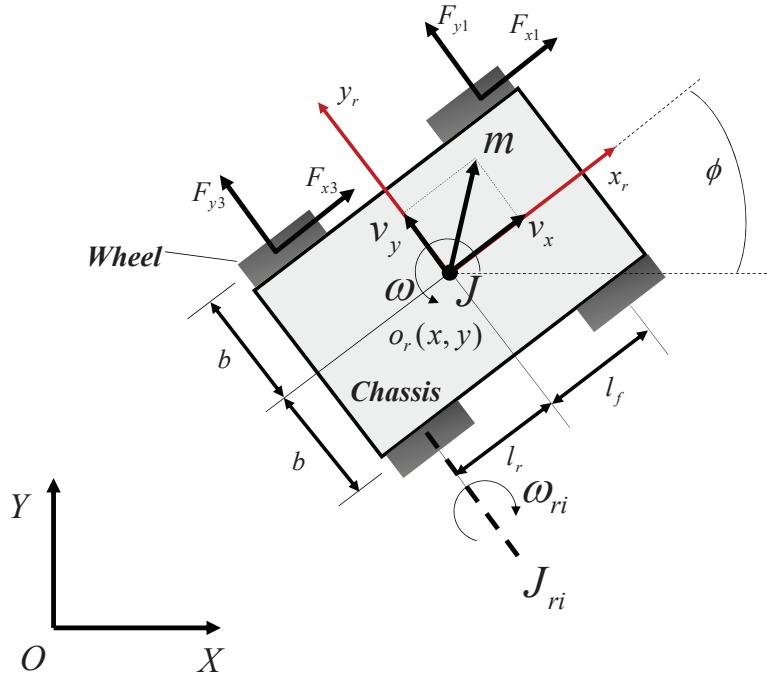


图 2.1 四轮独立驱动移动平台示意图

## 2.1 冗余驱动移动平台建模

本节将针对四轮独立驱动的移动平台，以机理建模的方式，研究移动平台各个组成部件（移动车体、车轮和地面等）相互间之间的力、运动关系，进而建立具有考虑车轮动力学及车轮/地面相互作用的运动学和动力学模型。

### 2.1.1 运动学及动力学建模

如图2.1所示，定义  $O - XY$  为惯性坐标系。令  $o_r - x_r y_r$  为附体坐标系，该坐标系原点  $o_r$  位于车体重心，坐标轴  $x_r$  指向车体运动方向， $y_r$  坐标轴垂直于坐标轴  $x_r$ 。 $2b$  表示车体的左右两侧轮间距。附体坐标原点距离前后车轮轴线之间的距离分别用  $l_f$  和  $l_r$  表示。 $m$  表示移动平台整车质量； $J$  表示移动平台车体旋转惯量； $J_{ri}, i = 1, 2, 3 \dots$  表示驱动轮的转动惯量； $F_{xi}$  和  $F_{yi}$  表示第  $i$  个车轮纵向和侧向地面作用力。 $(x, y)$  表示附体坐标系原点相对于惯性坐标系的位置， $\phi$  表示附体坐标系（车体）相对于惯性坐标系的旋转角。 $v_x, v_y$  和  $\omega$  表示车体纵向、侧向和旋转速度； $\omega_{ri}$  表示驱动力转动角速度。从图2.1可以看出，冗余驱动移动平台动力学模型包含三部分：移动平台动力学（描述车体的运动），驱动车轮动力学（描述车轮运动）和车轮/地面交互作用（描述车体和车轮之间关系）。

### 移动平台运动学模型

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v} + \begin{bmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \\ 0 \end{bmatrix} v_y = \mathbf{R}\mathbf{v} + \mathbf{A}v_y \quad (2.1)$$

其中， $\mathbf{q} = (x, y, \phi)^T$  描述车体位姿， $\mathbf{v} = (v_x, \omega)^T$  描述车体速度。

如图2.1所示，利用牛顿运动定律推得如下动力学方程

$$\begin{aligned} m(\dot{v}_x - v_y \omega) &= u_x + d_x \\ m(\dot{v}_y + v_x \omega) &= u_y + d_y \\ J\dot{\omega} &= u_\phi + d_\phi \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中， $u_x = \sum_{i=1}^4 F_{xi}$  表示车体受到的纵向摩擦力的合力； $u_y = \sum_{i=1}^4 F_{yi}$  表示车体受到的侧向摩擦力的合力； $u_\phi = -bF_{x1} + l_f F_{y1} + bF_{x2} + l_f F_{y2} - bF_{x3} - l_r F_{y3} + bF_{x4} - l_r F_{y4}$  表示车体车轮与地面摩擦力产生的扭矩； $d_x, d_y$  和  $d_\phi$  表示干扰及不确定性。于是，车体动力学方程(2.2)可以重写为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{B}v_y &= \mathbf{u} + \mathbf{d} \\ m(\dot{v}_y + v_x \omega) &= u_y + d_y \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中， $\mathbf{M} = diag[m, J]$  表示车体惯量矩阵；矩阵  $\mathbf{B}$  表达式为  $[-m\omega, 0]^T$ ； $\mathbf{u} = [u_x, u_\phi]^T$  表示车体的驱动合理和扭矩； $\mathbf{d} = [d_x, d_\phi]^T$  表示干扰和建模不确定性。公式中的第二项表示车体的侧向运动。

从动力学模型(2.2)和(2.3)可以看出车体的驱动力和驱动扭矩  $\mathbf{u}$  来自于车轮与地面之间的纵向和侧向摩擦力。而车轮/地面之间的交互作用由车轮/地面间的相对滑动产生，因而在某种程度上讲车轮/地面的相对滑动不可忽略。然而，精确的摩擦力表达式是非常复杂的，一般不适合于控制用的模型当中。因此，为了控制器设计，如下近似的摩擦力模型用于描述车轮/地面之间的交互作用。首先，求得各车轮与地面之间的相对滑动速度

$$\begin{aligned} s_{x1} &= r\omega_{r1} - v_x + b\omega, s_{y1} = v_y + l_f\omega \\ s_{x2} &= r\omega_{r2} - v_x - b\omega, s_{y2} = v_y + l_f\omega \\ s_{x3} &= r\omega_{r3} - v_x + b\omega, s_{y3} = v_y - l_f\omega \\ s_{x4} &= r\omega_{r4} - v_x - b\omega, s_{y4} = v_y - l_f\omega \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中， $\omega_{ri}$  表示第  $i$  个车轮的旋转角速度。由此，车轮/地面之间的摩擦力可以描述为

$$F_{xi} = N_i \mu S_f(s_i) \frac{s_{xi}}{s_i}, F_{yi} = N_i \mu S_f(s_i) \frac{s_{yi}}{s_i} \quad (2.5)$$

其中,  $s_{xi}$  表示第  $i$  个车轮与地面之间的纵向相对滑动速度;  $s_{yi}$  表示第  $i$  个车轮与地面之间的侧向相对滑动速度;  $s_i = \sqrt{s_{xi}^2 + s_{yi}^2}$  表示车轮/地面之间的相对滑动速度;  $\mu_f$  表示车轮地面之间的摩擦力系数;  $S_f(s_i) = 2/\pi \operatorname{atan}(90s_i)$  表示摩擦力的近似函数;  $N_i$  表示第  $i$  各车轮垂直压力。

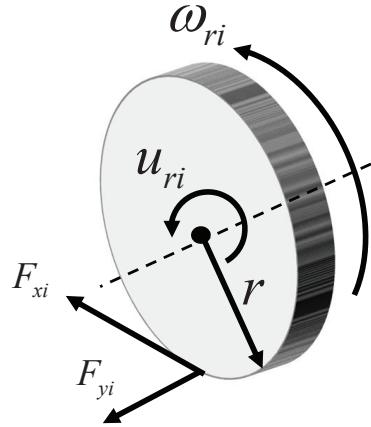


图 2.2 车轮旋转运动

进一步, 由于车轮的运动来自于电机的驱动, 因此需要建立车轮的旋转动力学。从图2.2可以推得如下车轮动力学方程

$$J_{ri}\dot{\omega}_{ri} + c_{ri}\omega_{ri} + f_{ri} = u_{ri} - rF_{xi} + d_{ri}, i = 1, 2, 3, 4 \quad (2.6)$$

其中,  $c_{ri}$  表示第  $i$  个车轮的阻尼系数;  $f_{ri}$  表示旋转轴的库伦摩擦力, 近似为  $f_{ri} = A_{fi}S_f(\omega_{ri})$ ;  $u_{ri}$  表示电机的输入力矩;  $d_{ri}$  表示干扰和不确定性;  $r$  表示车轮半径。

综上所述, 冗余驱动移动平台动力学建模过程主要包含一下几个部分: 车体的运动学建模; 车体的动力学建模; 车轮/地面交互作用力; 车轮动力学。根据公式 (2.1), (2.3), (2.5), (2.6), 可以得到如下运动学和动力学方程

$$\begin{aligned} a) \dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{R}\mathbf{v} + \mathbf{A}v_y \\ b) \dot{\mathbf{M}}\mathbf{v} + \mathbf{B}v_y &= \mathbf{u} + \mathbf{d} \\ m(\dot{v}_y + v_x\omega) &= u_y + d_y \\ c) F_{xi} &= N_i\mu S_f(s_i)\frac{s_{xi}}{s_i}, F_{yi} = N_i\mu S_f(s_i)\frac{s_{yi}}{s_i} \\ d) J_{ri}\dot{\omega}_{ri} + c_{ri}\omega_{ri} + f_{ri} &= u_{ri} - rF_{xi} + d_{ri}, i = 1, 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (2.7)$$

### 2.1.2 冗余驱动移动平台实验配置

本文的冗余驱动移动平台研究对象为实验室与浙江国自机器人共同研发的一款四轮独立驱动巡检机器人, 如图2.3所示。冗余驱动移动平台主要包含: 车体及内部电路, 驱

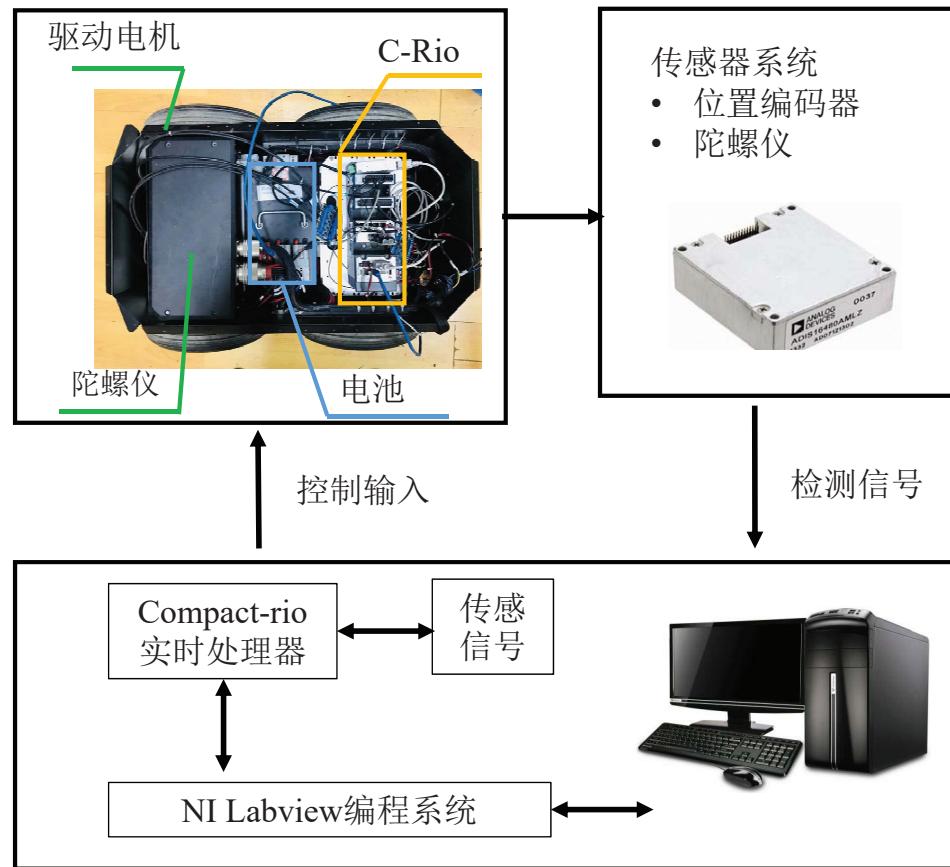


图 2.3 四轮独立驱动巡检机器人原理图

动电机及驱动器，减速器、控制器，电池和陀螺仪等。为了提高巡检机器人在复杂作业环境的工作能力和鲁棒性能，车体未设计避震机构，每个车轮与驱动电机通过减速器及联轴器直接相连。为了获得足够的驱动力和驱动力矩，巡检机器人由四个独立的电机带动车轮驱动。直流电机型号为 SMP6224，电机部分参数如表格2.1 所示。电机驱动器为 Copley 直流驱动器，通过 CME 软件对驱动器参数进行设置。驱动减速器的减速比为 100。

机器人控制器选用 NI 公司的 Compactrio-9022 控制器，如图2.4。该控制器具有 533MHz Freescale MPC8347 工业实时处理器，供电电压为 9-35VDC。具有两个以太网端口，1 个 RS232 通信接口和 USB 通信接口等，控制器与机箱连接，再插入不同的 FPGA 模块实现信号的采集和控制输出。电机的各编码器信号先经过差分电路减小干扰，再通过 FPGA-NI9401 模块进行信号采集，而电机的控制信号通过 NI9263 模块传输给电机驱动器，如图2.5 所示。移动平台所使用的惯性测量单位为 ADIS16365 的陀螺仪。三轴角速度测量范围为  $\pm 75^\circ/s$ 、 $\pm 150^\circ/s$ 、 $\pm 300^\circ/s$ ，测量分辨率为 16 位。该陀螺仪用于采集移动机器人转动的位姿信息，该陀螺仪使用 RS485 通信协议，通过 RS485-RS232 转接口与 Compact-rio 自带的控制器相连。实验过程为：反馈检测信号通过 Compact-rio 对应编

表 2.1 驱动电机部分参数

参数	符号	值	单位
额定功率	$P_r$	163	W
额定电压	$V_t$	24	V
额定线电流	$I_r$	9.1	A
额定转速	$N_r$	3000	RPM
额定力矩	$T_r$	0.52	Nm
力矩系数	$K_t$	0.058	Nm/A
反电动常数	$K_e$	6.07	V/Krpm
转子惯量	$J$	1.98	Kgcm <sup>2</sup>
编码器线数		2500	PPR



图 2.4 NI Compact-rio 9022 控制器

码器接口模块 NI9401 和 RS232 接口实时采集，设计的实时控制算法通过工控机 Labview 编程实现，编译成功后生成相应机器代码并下载到 Compact-rio 控制板卡实时运行，通过 NI9263 口输出模拟电压控制信号，经过电机驱动器产生驱动电流，控制电机的运动。运行过程中通过 Compact-rio 与上位机实时通信并实现显示和数据记录功能。

### 2.1.3 参数的确定

之前的章节建立了冗余驱动移动平台的动力学模型及其实验平台，而模型中的具体参数主要包括车体参数和车轮参数。其中，车体的尺寸等参数可以通过直接测量得到，而车体的质量和转动惯量由于比较复杂可以通过 Solidworks 构建 3D 模型进行估计，见表格 2.2。车轮几何参数直接测量得到，而转动惯量和摩擦力等参数可以通过标准的最小二参数辨识方法获得，见表格 2.3。

表 2.2 车体参数

参数	符号	值	单位
车体质量	$m$	54.34	$kg$
车体惯量	$J$	3.13	$kg \cdot m^2$
车轮半径	$r$	0.165	$m$
左右两侧车轮距离	$b$	0.233	$m$
前后车轮距离	$l_f + l_r$	0.38	$m$

表 2.3 车轮参数

车轮	参数	符号	值	单位
1	车轮半径	$r$	0.165	$m$
	转动惯量	$J_{r1}$	0.1422	$V/(rad/s^2)$
	阻尼系数	$c_{r1}$	0.18	$V/(rad/s)$
	摩擦力矩	$A_{f1}$	0.23	$V$
2	噪声	$d_{r1}$	0.025	$V$
	转动惯量	$J_{r2}$	0.1457	$V/(rad/s^2)$
	阻尼系数	$c_{r2}$	0.1263	$V/(rad/s)$
	摩擦力矩	$A_{f2}$	0.28	$V$
3	噪声	$d_{r2}$	0.0009	$V$
	转动惯量	$J_{r3}$	0.14	$V/(rad/s^2)$
	阻尼系数	$c_{r3}$	0.1263	$V/(rad/s)$
	摩擦力矩	$A_{f3}$	0.2	$V$
4	噪声	$d_{r3}$	0.0009	$V$
	转动惯量	$J_{r4}$	0.142	$V/(rad/s^2)$
	阻尼系数	$c_{r4}$	0.151	$V/(rad/s)$
	摩擦力矩	$A_{f4}$	0.288	$V$
	噪声	$d_{r4}$	0.004	$V$

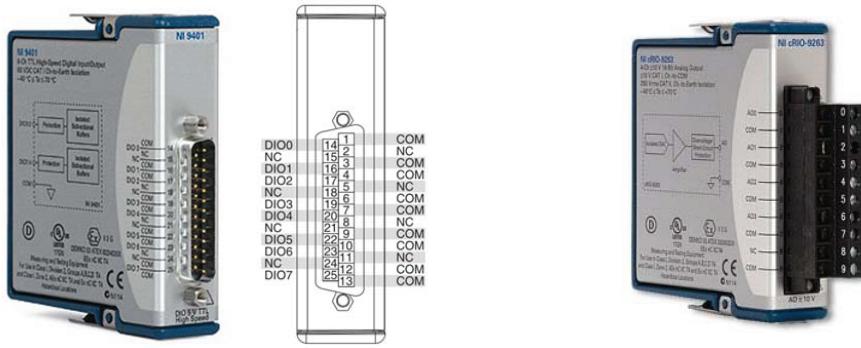


图 2.5 NI Compact-rio 信号采集和输入模块

## 2.2 移动机械臂多系统耦合建模

从系统结构上，移动机械臂主要包含移动平台和机械臂两大子系统。在实际运行过程中，机械臂安装于移动平台之上，该结构使移动机械臂拥有较大工作空间和高冗余自由度，使其具有在更短的时间内，以更优的位姿完成更大范围内的任务的能力。考虑到移动机械臂的复杂结构特征，为深入理解移动机械臂的工作机理及运动规划的实现，有必要建立涵盖移动平台 - 机械臂耦合特性运动学模型。图2.6所示的移动

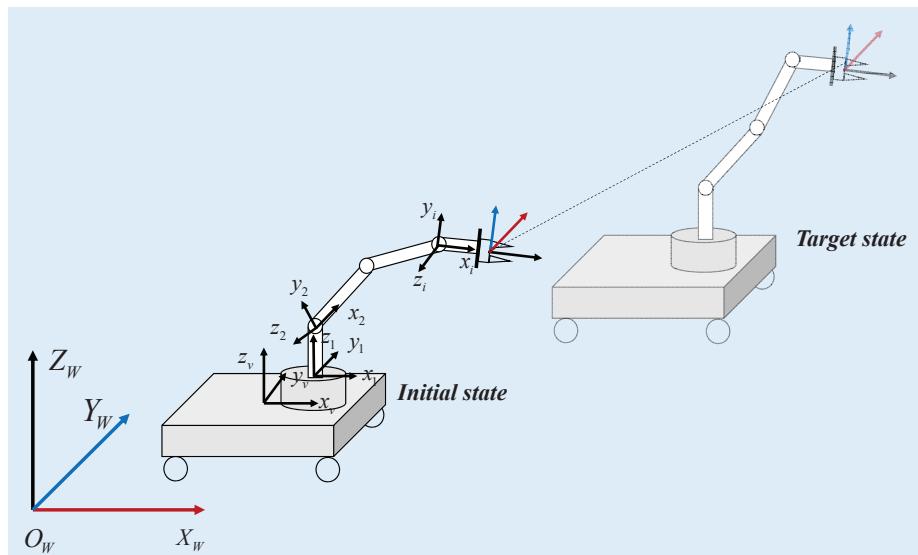


图 2.6 移动机械臂原理示意图

机械臂的原理示意图。移动机械臂主要包含两大部分：3个自由度的移动基座和 $n$ 个运动自由度机械臂。实际工作中，移动平台和机械臂共同协作下，驱动移动机械臂从初始位置到达目标位姿。容易发现移动机械臂可以以不同的姿态到达相同的末端位置，即移动机械臂系统具有高冗余的运动自由度。定义  $O_w - X_w Y_w Z_w$  为惯性坐标系及  $o_v - x_v y_v z_v$  为移动基座的附体坐标系。各关节空间坐标系通过 D-H 法建立关节坐标

系。定义广义坐标  $\mathbf{q} = ((\mathbf{q}^b)^T, (\mathbf{q}^m)^T)^T \in C_{bm}$ , 用于描述移动机械臂的位置和姿态, 其中  $\mathbf{q}^b = (x_v, y_v, \theta_v)^T \in C_b$  表示移动基座的构形,  $\mathbf{q}^m = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)^T \in C_m$  表示机械臂的构形. 由此, 可以获得移动平台相对于惯性坐标系的齐次矩阵

$${}^W_v \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_v & -s\theta_v & 0 & x_v \\ s\theta_v & c\theta_v & 0 & y_v \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

其中,  $(x_v, y_v)$  表示移动基座的附体坐标系中心  $o_v$  相对于惯性坐标系原点  $O_w$  之间的坐标值;  $\theta_v$  表示车体的旋转角度. 由于不同的机械臂结构具有不同的齐次矩阵, 但所有的矩阵具有如下表达式

$${}^{i-1}_i \mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^{i-1}_i \mathbf{R} & {}^{i-1}_i \mathbf{o}_i \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

其中  ${}^{i-1}_i \mathbf{R}$  表示坐标系  $\{i\}$  相对于坐标系  $\{i-1\}$  之间的旋转矩阵, 可以通过 D-H 法确定;  ${}^{i-1}_i \mathbf{o}_i$  表示坐标系  $\{i\}$  的原点相对于坐标系  $\{i-1\}$  的坐标值. 由此, 可以得到各关节坐标系相对于惯性坐标系之间的齐次矩阵

$${}^W_i \mathbf{T} = {}^W_v \mathbf{T}_1 v \mathbf{T}_2 \cdots {}^{i-1}_i \mathbf{T} \quad (2.10)$$

因而, 定义点  ${}^i \mathbf{p}$  为相对于坐标系  $\{i\}$  的坐标值, 那么该点相对于惯性坐标系的坐标值可以表示为

$$\begin{bmatrix} {}^W \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^W_i \mathbf{T} \begin{bmatrix} {}^i \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

在对机器人进行操作与控制时, 常常涉及到机械手位置和姿态的微小变化. 这些变化可由描述机械手位置的齐次矩阵的微小变化来表示. 在此基础上, 我们将机器人操作空间速度与关节空间的线性映射关系定义为雅各比矩阵. 注意到广义坐标  $\mathbf{q} = (x_v, y_v, \theta_v, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)^T$ , 因此该点雅各比矩阵可以表示为

$$J_v^i(\mathbf{q}, {}^i p) = \left[ \frac{\partial {}^W \mathbf{p}}{\partial x_v}, \frac{\partial {}^W \mathbf{p}}{\partial y_v}, \dots, \frac{\partial {}^W \mathbf{p}}{\partial \theta_n} \right] \quad (2.12)$$

其中,  $J_v^i(\mathbf{q})$  表示点  ${}^W \mathbf{p}$  的线速度值与广义速度  $\dot{\mathbf{q}}$  之间的映射. 该点所在的关节坐标系的旋转雅各比矩阵, 即坐标系  $\{i\}$  相对于惯性坐标系的旋转速度  $\omega_i$  与广义速度  $\dot{\mathbf{q}}$  之间的映射, 可以表示为

$$J_\omega^i(\mathbf{q}) = [0, 0, {}^W_v \mathbf{R}[0, 0, 1]^T, \dots, {}^W_i \mathbf{R}[0, 0, 1]^T, 0, 0..] \quad (2.13)$$

因此，移动机械臂的雅各比矩阵

$$J^i(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = [(J_v)^T, (J_\omega^i)^T]^T \quad (2.14)$$

以上表达式 (2.8),(2.9),(2.10),(2.11),(2.12),(2.13),(2.14) 给出了移动机械臂的主要运动学描述。

### 2.2.1 移动机械臂系统的实验平台

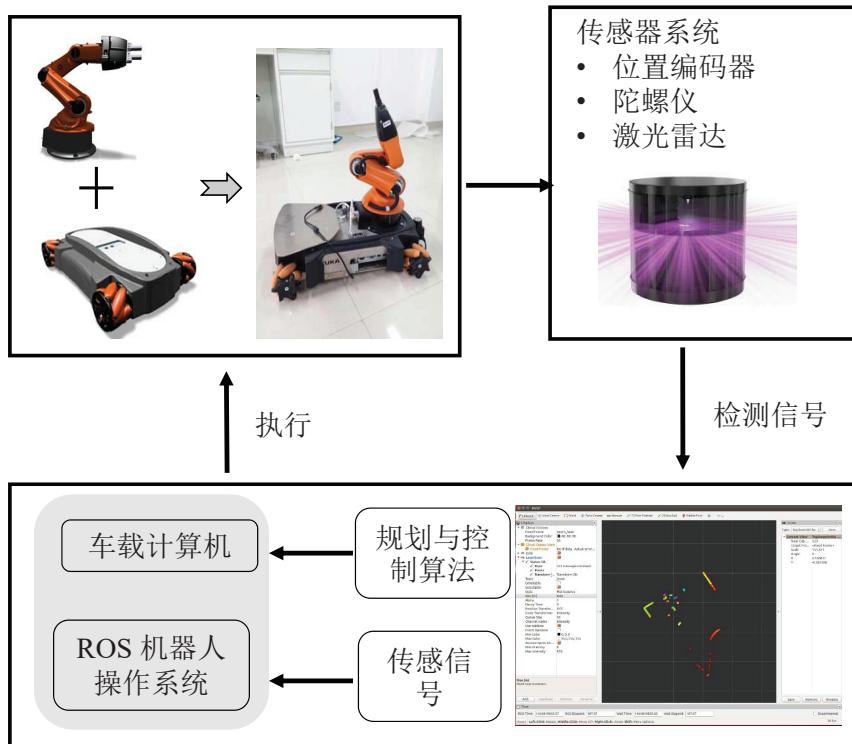


图 2.7 Kuka youbot 移动机械臂工作原理

本文所研究的移动机械臂平台为 Kuka 公司的 youbot 移动机械臂，该系统包括：四个万向轮驱动的移动基座、5 自由度机械臂、ROS 控制系统及各传感系统。youbot 移动机械臂的移动基座负载能够实现 20kg 的载重，全向轮的设计使得移动基座运动更加灵活方便。5 自由度的机械臂结构能够实现 0.5kg 的抓取工作，如图2.7。

youbot 移动机械臂的规划与控制通过 ROS 实现。ROS 是一个适用于机器人的开源操作系统。它提供了操作系统应有的服务，包括硬件抽象，底层设备控制，常用函数的实现，进程间消息传递，以及包管理。它也提供用于获取、编译、编写、和跨计算机运行代码所需的工具和库函数。在某些方面 ROS 相当于一种“机器人框架”，能够非常灵活实现机器人的操作与扩展。

因此，移动机械臂的实验过程为：移动机械臂传感器信号输入车载电脑，车载电脑

的机器人操作系统根据反馈信号进行运动规划和控制，并将结果输入底层控制器，驱动移动机械臂运动。

### 2.2.2 移动机械臂参数

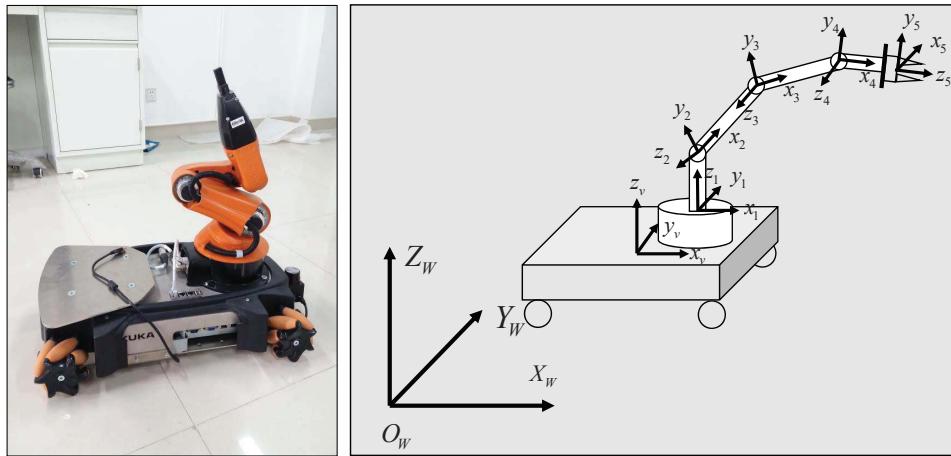


图 2.8 Kuka youbot 移动机械臂坐标系统

前面的小节对广义的移动机械臂的运动学和动力学进行了分析，建立了相应的数学模型。本节根据以上建模方法结合 Kuka youbot 移动机械臂平台建立如图2.8所示的坐标系，进一步在此坐标系统基础上确定实验用的相应参数，见表2.4。

移动基座相对于惯性坐标系的齐次矩阵

$${}^W_v \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_v & -s\theta_v & 0 & x_v \\ s\theta_v & c\theta_v & 0 & y_v \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

其中， $x_v, y_v, \theta_v$  是移动平台的姿态变量。第一个关节角相对于车体的齐次矩阵

$${}_1^v \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & x_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & z_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

表 2.4 移动机械臂参数

符号	描述	值
$n$	机械臂自由度	5
$N$	移动机械臂自由度	8
${}^v\mathbf{o}_1$	坐标系 $\{I\}$ 的原点相对于车体坐标系的坐标 $(x_1, 0, z_1)^T$	$(0.1505, 0, 0.072)^T$
${}^1\mathbf{o}_2$	坐标系 $\{2\}$ 的原点相对于坐标系 $\{I\}$ 的坐标 $(x_2, 0, z_2)^T$	$(0.033, 0, 0.075)^T$
${}^2\mathbf{o}_3$	坐标系 $\{3\}$ 的原点相对于坐标系 $\{2\}$ 的坐标 $(x_3, 0, 0)^T$	$(0.130, 0, 0)^T$
${}^3\mathbf{o}_4$	坐标系 $\{4\}$ 的原点相对于坐标系 $\{3\}$ 的坐标 $(x_4, 0, 0)^T$	$(0.135, 0, 0)^T$
${}^4\mathbf{o}_5$	坐标系 $\{5\}$ 的原点相对于坐标系 $\{4\}$ 的坐标 $(x_5, 0, 0)^T$	$(0.171, 0, 0)^T$

其中,  $\theta_1$  表示第一个关节角旋转角度。第二个关节角相对于第一个关节角的齐次矩阵

$${}^1_2\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

其中,  $\theta_2$  表示第二个关节角旋转角度。第三个关节角相对于第二个关节角齐次矩阵

$${}^2_3\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & x_3 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

其中,  $\theta_3$  表示第三个关节角旋转角度。第四个关节角相对于第三个关节角齐次矩阵

$${}^3_4\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & x_4 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

其中,  $\theta_4$  表示第四个关节角旋转角度。第五个关节角相对于第四个关节角齐次矩阵

$${}^4_5 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & x_5 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & 0 \\ -c\theta_5 & s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

其中,  $\theta_5$  表示第五个关节角旋转角度。

进而, 根据雅各比推导公式, 容易求得各刚体质心速度雅各比及旋转雅各比矩阵。另外, 还需注意到机械臂的运动关节受到限制, 见表2.5

表 2.5 关节角限制

符号	描述	值
$\theta_{1min}$	机械臂关节 1 的运动下限	-169°
$\theta_{1max}$	机械臂关节 1 的运动上限	169°
$\theta_{2min}$	机械臂关节 2 的运动下限	25°
$\theta_{2max}$	机械臂关节 2 的运动上限	180°
$\theta_{3min}$	机械臂关节 3 的运动下限	-151°
$\theta_{3max}$	机械臂关节 3 的运动上限	146°
$\theta_{4min}$	机械臂关节 4 的运动下限	-102°
$\theta_{4max}$	机械臂关节 4 的运动上限	102°
$\theta_{5min}$	机械臂关节 5 的运动下限	-167°
$\theta_{5max}$	机械臂关节 5 的运动上限	167°

以上的分析给出了 youbot 移动机械臂几何参数和齐次矩阵, 接下来给出 youbot 的质量、转动惯量等参数, 见表格2.6.

## 2.3 本章小结

本章针对论文所使用的冗余驱动移动平台和移动机械臂两种移动机器人平台展开运动学和动力学建模。首先, 根据冗余驱动平台的多轮独立驱动、车轮/地面摩擦力和车轮动力学等特征, 分三个层次建立冗余驱动移动平台的运动学和动力学模型。进一步根据测量和辨识实验确定冗余驱动移动平台几何参数和、质量和惯量等参数。在移动平台建模的基础上, 结合机械臂的建模方法, 建立移动机械臂的正运动学、雅各比矩阵, 并给

表 2.6 移动机械臂质量与惯量

符号	描述	值	单位
$m_v$	移动基座质量	20	kg
$I_v$	移动基座转动惯量	0.45	kg.m <sup>2</sup>
$m_1$	第一根连杆质量	1.39	kg
$I_{x1}$	第一根连杆绕 x 轴转动惯量	3.0e-3	kg.m <sup>2</sup>
$I_{y1}$	第一根连杆绕 y 轴转动惯量	6.0e-3	kg.m <sup>2</sup>
$I_{z1}$	第一根连杆绕 z 轴转动惯量	5.0e-3	kg.m <sup>2</sup>
$m_2$	第二根连杆质量	1.39	kg
$I_{x2}$	第二根连杆绕 x 轴转动惯量	3.1e-3	kg.m <sup>2</sup>
$I_{y2}$	第二根连杆绕 y 轴转动惯量	5.8e-4	kg.m <sup>2</sup>
$I_{z2}$	第二根连杆绕 z 轴转动惯量	3.1e-3	kg.m <sup>2</sup>
$m_3$	第三根连杆质量	1.39	kg
$I_{x3}$	第三根连杆绕 x 轴转动惯量	1.7e-3	kg.m <sup>2</sup>
$I_{y3}$	第三根连杆绕 y 轴转动惯量	4.2e-4	kg.m <sup>2</sup>
$I_{z3}$	第三根连杆绕 z 轴转动惯量	1.8e-3	kg.m <sup>2</sup>
$m_4$	第四根连杆质量	1.39	kg
$I_{x4}$	第四根连杆绕 x 轴转动惯量	6.7e-4	kg.m <sup>2</sup>
$I_{y4}$	第四根连杆绕 y 轴转动惯量	1.1e-3	kg.m <sup>2</sup>
$I_{z4}$	第四根连杆绕 z 轴转动惯量	6.6e-4	kg.m <sup>2</sup>
$m_5$	第五根连杆质量	1.39	kg
$I_{x5}$	第五根连杆绕 x 轴转动惯量	1.9e-4	kg.m <sup>2</sup>
$I_{y5}$	第五根连杆绕 y 轴转动惯量	1.6e-4	kg.m <sup>2</sup>
$I_{z5}$	第五根连杆绕 z 轴转动惯量	6.9e-5	kg.m <sup>2</sup>

出移动机械臂所需的几何、质量和惯量等参数。

## 第3章 冗余驱动移动平台运动分配协调控制策略研究

**摘要：**本章提出了冗余驱动移动平台的运动分配控制策略，该方法在运动控制层基于自适应鲁棒的控制策略保证系统在不确定影响下的跟踪性能，在运动分配层对具有冗余驱动特性的移动平台进行直接运动分配分配，从而能够实现冗余驱动移动机器人的协调控制，且总体控制器具有易于工程实现的优点。进一步考虑移动平台滑动的影响，完善了运动分配方法，提出自适应运动分配策略。与传统控制策略的对比实验，验证所提出冗余驱动移动机器人运动分配控制策略的控制性能。

### 3.1 引言

目前，有不少机构和企业在移动平台的建模和控制方面展开大量的研究。大多数的研究文献关注于两轮驱动或者汽车相似形态的移动平台，很少涉及冗余驱动移动平台的控制研究。在这些控制策略当中，具有简单控制结构的运动学控制器是应用最为广泛的控制策略。这类简单的结构使得车体的控制性能受到一定限制，比如由于滑差的存在车体实际旋转速度与期望旋转速度偏差较大。针对现有控制策略存在的问题，并借鉴自适应鲁棒控制理论，本文首先将在本章提出一种自适应鲁棒运动分配控制结构，实现移动机器人的运动跟踪。其次，进一步考虑车体运动存在的滑差影响，对运动分配算法进行补充和完善，提出自适应运动分配策略，以提高整体控制性能和实用价值。

### 3.2 基于运动学模型的直接运动分配控制器

#### 3.2.1 问题阐述

本节主要介绍了基于运动学模型的冗余驱动移动机器人的自适应鲁棒运动分配控制策略，即根据第二章冗余驱动移动机器人运动学模型(2.1)和车轮动力学模型(2.6)设计控制器。考虑到移动机器人的冗余驱动特征，如何协调各车轮的运动，实现车体运动和车轮运动的合理分配并保证移动机器人的平稳运行是控制器设计需要考虑主要问题，故而本节总体的控制目标为，对于给定的移动机器人运动轨迹  $z_d(t) = [x_d(t), y_d(t)]$ ，如何设计控制输入  $u_{ri}$ ，使得

- 1) 驱动车体有效跟踪期望运动，即使得系统模型(2.1)的跟踪误差越小越好；

2) 实现冗余驱动系统的合理运动分配, 即将车体期望运动合理分配给各驱动轮。

### 3.2.2 控制器的总体结构

本节针对冗余驱动移动平台设计了一种自适应鲁棒运动分配控制器, 该控制器主要分为两层: a) 上层的运动轨迹跟踪算法, 主要用于实现对工作运动指令的精确跟踪; b) 下层为运动分配算法, 如图3.1。上层跟踪控制器, 利用自适应鲁棒控制理论对系统模型(2.1)设计合理的控制输入  $v_{xd}$  和  $\omega_{\phi d}$ , 使得车体能够跟踪给定的期望运动轨迹, 并在系统存在各种不确定性的情况下仍能保证所需的稳态精度和瞬态性能。下层运动分配算法将来自于上层控制器的信号  $v_{xd}$  和  $\omega_{\phi d}$  通过基于车体几何信息设计的运动分配得到各车轮的期望速度  $\omega_{dri}$ 。而针对车轮运动则设计自适应鲁棒控制器实现对车轮期望速度  $\omega_{dri}$  的跟踪。下面详细介绍控制器的实现

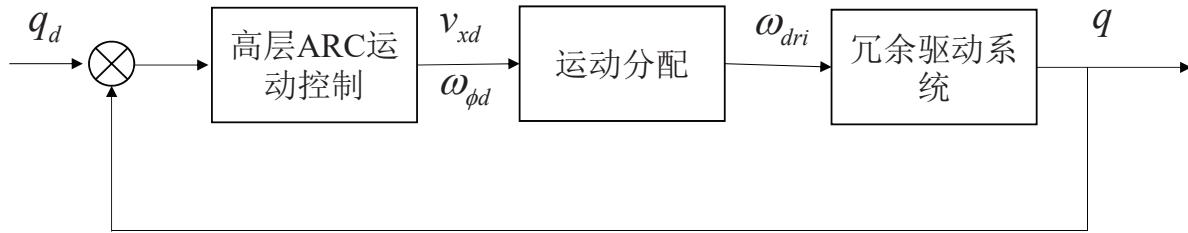


图 3.1 直接运动分配控制算法控制结构

### 3.2.3 自适应鲁棒跟踪算法

基于冗余驱动移动平台的运动学模型(2.1), 我们应用输出重定义技术设计运动学控制器。由此, 得到一个全新的方程

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_x \\ z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + L\cos(\phi) \\ y + L\sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

其中,  $L$  是一个正的常数。对上述方程进行微分, 我们得到

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}\mathbf{v} + \mathbf{A}_y v_y + \mathbf{d}_k \quad (3.2)$$

其中, 移动机器人车体的线速度和角速度速度向量  $\mathbf{v}$  由公式(2.1)给出,  $\mathbf{d}_k$  代表外干扰和各种不确定性,  $\mathbf{T}$  和  $\mathbf{A}_y$  定义为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -L\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & L\cos(\phi) \end{bmatrix}, \mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} \sin\phi \\ -\cos\phi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

上式包含了机器人的侧滑分量, 而实际中该量很难被测量, 为此, 给出如下假设<sup>[26]</sup>

**假设 3.1** 移动机器人的侧滑速度  $v_y$  及其微分  $\|\dot{v}_y\|$  是有界的。

从而，移动机器人运动学方程简化为

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}\mathbf{v} + \mathbf{d}_k \quad (3.4)$$

其中， $\mathbf{d}_k$  包含了移动机器人侧滑引起的不确定性。令  $\mathbf{z}_d(t) = [z_{xd}(t), z_{yd}(t)]$  表示参考轨迹，定义轨迹跟踪误差向量为  $\mathbf{e} = [e_x, e_y]^T = [z_x(t) - z_{xd}(t), z_y(t) - z_{yd}(t)]$ ，那么可以得到如下误差方程

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{T}\mathbf{v} - \mathbf{z}_d + \boldsymbol{\theta}_k + \tilde{\mathbf{d}}_k \quad (3.5)$$

其中， $\boldsymbol{\theta}_k^T = [\theta_1, \theta_2]^T = [d_{kx}, d_{k\phi}]^T$ 。通常情况下，由于打滑等不同的原因，参数向量  $\boldsymbol{\theta}_k^T$  不能精确已知。然而，参数的变化范围是大致已知的。因此，给出如下假设<sup>[117]</sup>

**假设 3.2** 未知参数的有界集是已知的

$$\boldsymbol{\theta}_k \in \Omega \triangleq \{\boldsymbol{\theta}_k : \boldsymbol{\theta}_{kmin} \leq \boldsymbol{\theta}_k \leq \boldsymbol{\theta}_{kmax}\} \quad (3.6)$$

$$\tilde{\mathbf{d}}_k \in \triangleq \{\mathbf{d}_k : |\tilde{\mathbf{d}}_k| \leq \delta_d\} \quad (3.7)$$

其中， $\boldsymbol{\theta}_{kmin} = [\theta_{1min}, \theta_{2min}]^T$ ,  $\boldsymbol{\theta}_{kmax} = [\theta_{1max}, \theta_{2max}]^T$  和  $\delta_d$  是已知的。

基于上述冗余驱动移动机器人的数学描述，我们的控制目标即设计一个控制器使得移动机器人能够尽可能好地跟踪参考轨迹。本文中  $\hat{\bullet}$  表示  $\bullet$  的估计值，而  $\tilde{\bullet} = \hat{\bullet} - \bullet$  为参数估计误差。

**引理 3.1** 定义如下投影式自适应律

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = Proj_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\tau}) \quad (3.8)$$

其中， $\boldsymbol{\tau}$  为自适应函数， $\boldsymbol{\Gamma} > 0$  是正定对称矩阵。定义投影映射函数<sup>[118]</sup>  $Proj_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(\bullet) = [Proj_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_1}(\bullet_1), \dots, Proj_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_3}(\bullet_3)]$  为

$$Proj_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_i}(\bullet_i) = \begin{cases} 0, & if \quad \hat{\theta}_i = \theta_{imax} \quad and \quad \bullet_i > 0 \\ 0, & if \quad \hat{\theta}_i = \theta_{imin} \quad and \quad \bullet_i < 0 \\ \bullet_i, & otherwise \end{cases} \quad (3.9)$$

那么，公式 (3.9) 具有如下特点

$$\mathbf{P1}) \quad \boldsymbol{\theta} \in \Omega \triangleq \{\boldsymbol{\theta} : \boldsymbol{\theta}_{min} \leq \boldsymbol{\theta} \leq \boldsymbol{\theta}_{max}\} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{P2}) \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\Gamma}^{-1}Proj_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\eta}) - \boldsymbol{\eta}) \leq 0, \forall \boldsymbol{\eta} \quad (3.11)$$

根据误差方程(3.5),设计自适应鲁棒控制率(ARC)为

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_d &= \mathbf{T}^{-1}\mathbf{u}_v, \mathbf{u}_v = \mathbf{u}_{va} + \mathbf{u}_{vs}, \\ \mathbf{u}_a &= \mathbf{z}_d + \hat{\boldsymbol{\theta}}\end{aligned}\quad (3.12)$$

其中,  $\mathbf{u}_{va}$  为自适应鲁棒控制器的模型补偿项;  $\mathbf{u}_{vs}$  表示自适应鲁棒控制器的鲁棒反馈项。鲁棒反馈项包含两部分

$$\mathbf{u}_{vs} = \mathbf{u}_{vs1} + \mathbf{u}_{vs2}, \mathbf{u}_{vs1} = -\mathbf{K}_k \mathbf{e} \quad (3.13)$$

其中,  $\mathbf{u}_{vs1}$  表示一个简单的线性反馈项,且  $\mathbf{K}_k$  是对称的正定矩阵。此外,公式中的  $\mathbf{u}_{vs2}$  是一个非线性反馈项,主要用于处理模型不确定性,并保证鲁棒性能,而且其满足如下两个条件

$$\begin{aligned}1) \mathbf{e}^T (\mathbf{u}_{vs2} - \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\mathbf{d}}_k) &\leq \epsilon_k \\ 2) \mathbf{e}^T \mathbf{u}_{vs2} &\leq 0\end{aligned}\quad (3.14)$$

其中,  $\epsilon_k$  为任意参数。同时设计自适应律为

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{e} \quad (3.15)$$

可以证明,以上设计的自适应鲁棒控制器能够取得以下理论结果

**定理 3.1** 采用自适应鲁棒控制器(3.12)和自适应律(3.15),可以保证系统确定的瞬态性能和稳态性能:

**A.** 总体来讲,系统的控制输入和所有状态信号都是有界的;此外,定义正定函数  $V(t)$

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e} \quad (3.16)$$

是有界的,并且有

$$V(t) \leq \exp(-\lambda t) V(0) + \frac{\epsilon_k}{\lambda} [1 - \exp(-\lambda t)] \quad (3.17)$$

其中,  $\lambda = 2\sigma_{min}(\mathbf{K}_k)$ ,且  $\sigma_{min}$  表示矩阵的最小特征值。

**B.** 假如在有限的时间  $t_0$  后系统只存在参数不确定性(即满足  $\tilde{\mathbf{d}}_k = 0, \forall t \geq t_0$ ),那么在 A. 中所述结论基础上,系统还能够实现稳态误差为零的渐进跟踪,即当  $t \rightarrow \infty$  时使得  $e \rightarrow 0$

**证明** 由自适应鲁棒控制率(3.12),系统的跟踪误差方程变为

$$\dot{\mathbf{e}} = -\mathbf{K}_k \mathbf{e} + \mathbf{u}_{vs2} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + \tilde{\mathbf{d}}_k \quad (3.18)$$

由此，函数公式(3.16)定义的函数  $V(t)$  的导数

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= e[-\mathbf{K}_k \mathbf{e} + \mathbf{u}_{vs2} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + \tilde{\mathbf{d}}_k] \\ &\leq -\mathbf{K}_k \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \epsilon_k \\ &\leq -\lambda V + \epsilon_k\end{aligned}\quad (3.19)$$

于是通过比较引理可以推出

$$V(t) \leq \exp(-\lambda t)V(0) + \frac{\epsilon_k}{\lambda}[1 - \exp(-\lambda t)] \quad (3.20)$$

以上推导过程验证了定理3.1的**A.**部分内容。现在考虑定理3.1的**B.**，当  $\tilde{\mathbf{d}}_k = 0, \forall t \geq t_0$ ，选择一下正定函数

$$V_a = V(t) + \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \Gamma \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k \quad (3.21)$$

由鲁棒性能条件(3.14)和公式(3.11)，上式(3.21)的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= \mathbf{e}^T [-\mathbf{K}_k \mathbf{e} + \mathbf{u}_{vs2} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + \tilde{\mathbf{d}}_k] + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_k \\ &\leq -\mathbf{K}_k \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \epsilon_k + \Gamma^{-1} \text{Proj}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(\Gamma \mathbf{e}) \\ &\leq -\mathbf{K}_k \mathbf{e}^T \mathbf{e}\end{aligned}\quad (3.22)$$

由于所有的信号都是有界的，容易验证  $\dot{\mathbf{e}}$  也是有界且连续一致的。根据 Barbalat's 定理，容易验证定理3.1的**B.**，证毕。

### 3.2.4 运动分配算法

上述自适应鲁棒控制器，求得移动机器人的期望线速度  $v_{xd}$  和角速度  $\omega_{\phi d}$ ，需要设计运动分配算法将车体的运动分解为车轮的运动。通常，两者之间满足如下方程

$$\begin{aligned}v_{xd} &= \frac{1}{2}k_v(\omega_l + \omega_r)r \\ \omega_{\phi d} &= \frac{1}{2}k_\omega(\omega_r - \omega_l)r/b\end{aligned}\quad (3.23)$$

其中， $\omega_l$  表示车体左侧车轮旋转速度， $\omega_r$  表示车体右侧车轮旋转速度， $k_v$  表示车体线速度与车轮速度之间的关系，根据不同地面变化而变化， $k_\omega$  表示车体角速度与车轮速度之间的关系，根据不同地面变化而变化。根据上式，我们得到如下运动分配

$$\begin{aligned}\omega_l &= (v_{xd}/k_v - \omega_{\phi d} * b/k_\omega)/r \\ \omega_r &= (v_{xd}/k_v + \omega_{\phi d} * b/k_\omega)/r\end{aligned}\quad (3.24)$$

由此，得到冗余驱动移动机器人左右两侧车轮的期望角速度。

**备注 3.1** 该运动分配算法是目前最为常用的分配算法，该算法不仅适用于两轮驱动的移动机器人，也能应用于冗余驱动移动机器人。公式中的系数  $k_l$  和  $k_r$  可以通过离线的实验获取。

### 3.2.5 车轮自适应鲁棒控制

根据运动分配算法得到第  $i$  个车轮的期望速度  $\omega_{dri}$  及车轮动力学 (2.6), 定义车轮速度跟踪误差  $e_{ri} = \omega_{ri} - \omega_{dri}$ , 那么可以得到如下误差方程

$$J_{ri}\dot{e}_{ri} + c_{ri}\omega_{ri} + A_f S_f(\omega_{ri}) = u_{ri} - J_{ri}\dot{\omega}_{dri} - A_{wf}S_{wf}(\omega_{ri}, \omega)r + d_{ri} \quad (3.25)$$

其中,  $F_{xi} = A_{wf}S_{wf}(\omega_{ri}, \omega)$  表示车轮地面摩擦力。定义一组未知参数向量为

$$\theta_{ri} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_5]^T = [J_{ri}, c_{ri}, A_f, A_{wf}, d_{ri}]^T \quad (3.26)$$

实际系统中, 参数不能被精确获得的, 例如质量会因为负载发生改变, 但一般来说, 各个参数会在一定范围之内, 因此符合如下假设

**假设 3.3** 未知参数的有界集是已知的

$$\theta_{ri} \in \Omega \triangleq \{\theta_{ri} : \theta_{rimin} \leq \theta_{ri} \leq \theta_{rimax}\} \quad (3.27)$$

$$\tilde{d}_{ri} \in \triangleq \{d_{ri} : |\tilde{d}_{ri}| \leq \delta_d\} \quad (3.28)$$

其中,  $\theta_{rimin} = [\theta_{1min}, \dots, \theta_{5min}]^T$ ,  $\theta_{rimax} = [\theta_{1max}, \dots, \theta_{5max}]^T$  和  $\delta_{dri}$  是已知的。

那么, 误差方程写成关于参数  $\theta_{ri}$  的参数线性化形式如下

$$\theta_1\dot{e}_{ri} + \theta_2\omega_{ri} + \theta_3S_f(\omega_{ri}) = u_{ri} - \theta_1\dot{\omega}_{dri} - \theta_4S_{wf}(\omega_{ri}, \omega)r + \tilde{d}_{ri} \quad (3.29)$$

上述车轮动力学方程, 简化为如下表达式

$$\theta_1\dot{e}_{ri} = u_{ri} + \varphi_{ri}\theta_{ri} + \tilde{d}_{ri} \quad (3.30)$$

其中,  $\varphi_{ri} = [-\dot{\omega}_{dri}, -\omega_{ri}, -S_f(\omega_{ri}), S_{wf}(\omega_{ri}, \omega)r, 1]$  为回归量。针对以上车轮动力学, 设计自适应鲁棒控制率为

$$u_{ri} = u_{ria} + u_{ris}, u_{ria} = -\varphi_{ri}\hat{\theta}_{ri} \quad (3.31)$$

其中,  $u_{ria}$  表示轨迹跟踪需要的自适应模型补偿项, 而  $u_{ris}$  是接下来需要设计的鲁棒控制输入。

$$u_{ris} = u_{ris1} + u_{ris2}, u_{ris1} = -k_{ris1}e_{ri} \quad (3.32)$$

其中,  $u_{ris1}$  表示简单的线性反馈项, 且  $k_{ris1}$  是一个正常数。此外, 公式中的  $u_{ris2}$  是一个非线性反馈项, 主要用于处理模型不确定性, 并保证鲁棒性能, 且满足如下两个条件

$$\begin{aligned} 1) & e_{ri}(u_{ris2} - \varphi_{ri}\tilde{\theta}_{ri} + \tilde{d}_{ri}) \leq \epsilon_{ri} \\ 2) & e_{ri}u_{ris2} \leq 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

其中,  $\epsilon_{ri}$  为任意的正参数。同时设计自适应律为

$$\tau = \varphi_{ri}e_{ri} \quad (3.34)$$

由以上设计的自适应鲁棒控制器及自适应函数能够取得如下理论结果

**定理 3.2** 采用自适应鲁棒控制器 (3.31) 及自适应率 (3.34)、(3.8), 可以保证系统确定的瞬态性能和稳态性能:

**A.** 总体来讲, 系统的控制输入和所有状态信号都是有界的; 此外, 定义正定函数  $V(t)$

$$V(t) = \frac{1}{2}e_{ri}^2 \quad (3.35)$$

是有界的, 并且有

$$V(t) \leq \exp(-\lambda t)V(0) + \frac{\epsilon_{ri}}{\lambda}[1 - \exp(-\lambda t)] \quad (3.36)$$

其中,  $\lambda = 2k_{ri}/\theta_{1max}$ 。

**B.** 假如在有限的时间  $t_0$  后系统只存在参数不确定性 (即满足  $\tilde{d}_{ri} = 0, \forall t \geq t_0$ ), 那么在 A. 中所述结论基础上, 系统还能够实现稳态误差为零的渐进跟踪, 即当  $t \rightarrow \infty$  时使得  $e_{ri} \rightarrow 0$

**证明** 由自适应鲁棒控制率 (3.31), 系统的跟踪误差方程变为

$$\dot{\mathbf{e}} = -k_{ris1}e_{ri} + u_{ris2} - \varphi_{ri}^T\tilde{\theta}_{ri} + \tilde{d}_{ri} \quad (3.37)$$

由此, 函数公式 (3.35) 定义的函数  $V(t)$  的导数

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \frac{e_{ri}}{J_{ri}}[-k_{ris1}e_{ri} + u_{ris2} - \varphi_{ri}^T\tilde{\theta}_{ri} + \tilde{d}_{ri}] \\ &\leq -k_{ris1}/J_{ri}e_{ri}^2 + \epsilon_{ri} \\ &\leq -\lambda V + \epsilon_{ri} \end{aligned} \quad (3.38)$$

于是通过比较引理可以推出

$$V(t) \leq \exp(-\lambda t)V(0) + \frac{\epsilon_{ri}}{\lambda}[1 - \exp(-\lambda t)] \quad (3.39)$$

以上推导过程验证了定理3.2的**A.**部分内容。现在考虑定理3.2的**B.**, 当  $\tilde{d}_k = 0, \forall t \geq t_0$ , 选择一下正定函数

$$V_a = V(t) + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_k^T \Gamma \tilde{\theta}_k \quad (3.40)$$

由鲁棒性能条件(3.33)和公式(3.11), 上式(3.40)的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \frac{e_{ri}}{J_{ri}} [-k_{ris1} e_{ri} + u_{ris2} - \varphi_{ri}^T \tilde{\theta}_{ri} + \tilde{d}_{ri}] + \tilde{\theta}_{ri} \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_{ri} \\ &\leq -k_{ris1}/J_{ri} e_{ri}^2 + \epsilon_{ri} + \Gamma^{-1} \text{Proj}_{\tilde{\theta}}(\Gamma e_{ri}) \\ &\leq -k_{ris1}/J_{ri} e_{ri}^2 \end{aligned} \quad (3.41)$$

由于所有的信号都是有界的, 容易验证  $\dot{e}_{ri}$  也是有界且连续一致的。根据 Barbalat's 定理, 容易验证定理3.2的**B.**, 证毕。

### 3.2.6 对比实验研究

本节的对比实验研究均在图3.2所示由浙江国自机器人和浙江大学共同研制的一款四轮独立驱动移动平台完成并取得实验数据。实验系统配置及参数如2.1节所示。车体的控制器采样周期设置为0.012s, 车体的运动轨迹通过车载陀螺仪和车轮编码器估计而得。

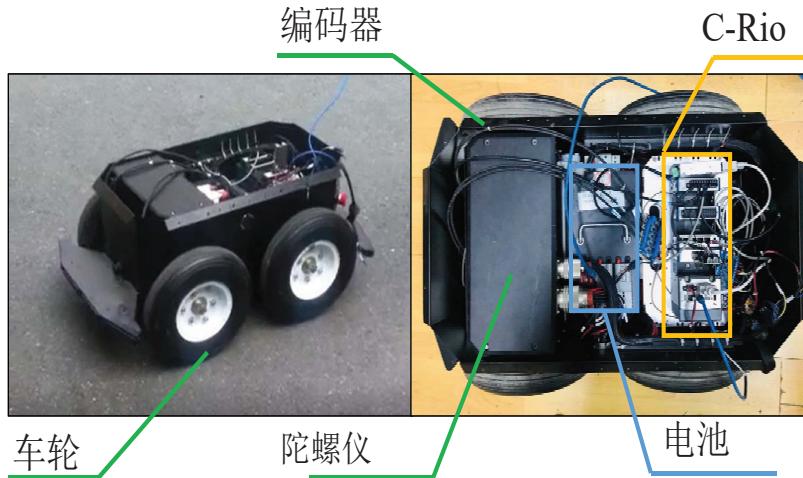


图 3.2 兀余驱动移动机器人

#### 3.2.6.1 对比实验 I

将本节提出的自适应鲁棒运动分配控制器与传统的PID运动学控制器作比较。实验的参考轨迹为一个半径为1m的圆形。

$$\mathbf{z}_d = \begin{bmatrix} z_{xd} \\ z_{yd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 * \cos(0.1t - \pi/2) \\ 1 * \sin(0.1t - \pi/2) + 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

**C1)**: 传统 PID 控制器: 为了验证提出的 ARC 控制器的控制效果, 针对运动模型 (3.5) 设计 PID 控制器, 参数设置为  $K_p = diag[10, 10]$ ,  $K_d = diag[0, 0]$ ,  $K_i = diag[25, 25]$ 。车轮速度控制器参数设置为  $k_p = 5.6$ ,  $k_i = 56$ 。

**C2)**: 本节提出的 ARC 运动分配控制器: 控制器参数设置为:  $K_k = diag[10, 10]$ , 自适应律  $\Gamma = diag[25, 25]$ 。车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为:  $k_{ri} = 5.6$ , 自适应律  $\Gamma = diag[1, 0 0 0, 56]$ 。

引入一下指标对控制器性能进行量化对比:

- 1)  $\|e_x\|_{rms}, \|e_y\|_{rms}$ , 表示轨迹跟踪误差的均方根值, 用于描述车体的跟踪性能;
- 2)  $\|e_x\|_{max}, \|e_y\|_{max}$ , 表示轨迹跟踪的最大误差, 用于描述控制器性能。

在对比试验 I 中, 期望轨迹选为圆形轨迹, 移动机器人实现跟踪控制。从图3.3的轨迹跟踪图可以看出, 用于对比试验的控制器 C1 和 C2 都能达到一定的跟踪性能。图3.4和表格3.1给出两种控制器的跟踪误差对比。从跟踪误差数据对比可以看出, 提出的 ARC 运动分配控制器比传统的 PID 控制器具有更优的跟踪控制性能。图3.5给出了移动机器人的各车轮速度曲线。从图中可以看出, 两种控制器下同侧车轮驱动速度几乎相同。这是因为在运动分配的时, 同侧车轮速度相同, 然后再根据车轮控制器进行跟踪, 从而同侧车轮速度差别很小。总体来讲, 提出的 ARC 控制器在跟踪圆形轨迹的时比传统 PID 控制器具有更好的控制性能。

表 3.1 性能指标, 对比试验 I

控制算法	$\ e_x\ _2$	$\ e_x\ _{max}$	$\ e_y\ _2$	$\ e_y\ _{max}$
C1	6.47e-4	8.6e-3	1.93e-4	4.86e-4
C2	1.31e-4	2.7e-3	1.07e-4	4.32e-4

### 3.2.6.2 对比实验 II

以上实验对比了两种控制器跟踪轨迹的效果, 为了验证信号指令为速度的情况, 跟踪八字轨迹。

$$\mathbf{z}_d = \begin{bmatrix} z_{xd} \\ z_{yd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(0.1t - \pi/2) \\ \sin(0.05t - \pi/2) + 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

**C1)**: 传统 PID 控制器: 为了验证提出的 ARC 控制器的控制效果, 针对运动模型 (3.5) 设计 PID 控制器, 参数设置为  $K_p = diag[10, 10]$ ,  $K_d = diag[0, 0]$ ,  $K_i = diag[25, 25]$ 。车轮速度控制器参数设置为  $k_p = 5.6$ ,  $k_i = 56$ 。

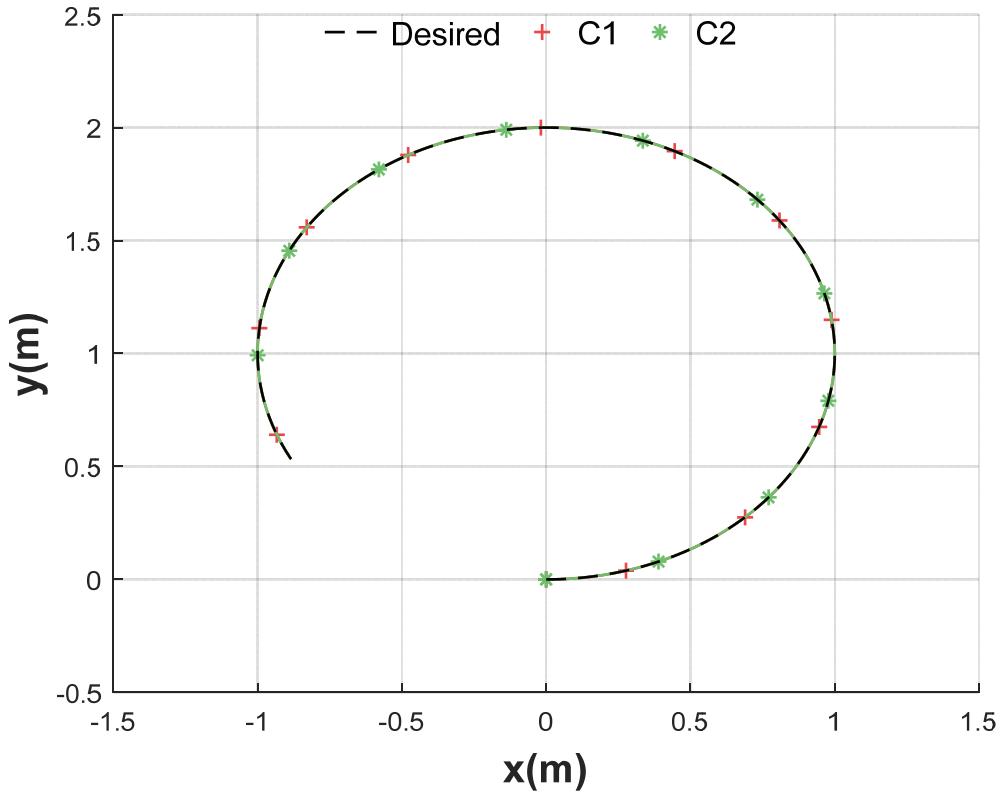


图 3.3 对比试验 I: 移动机器人运动轨迹

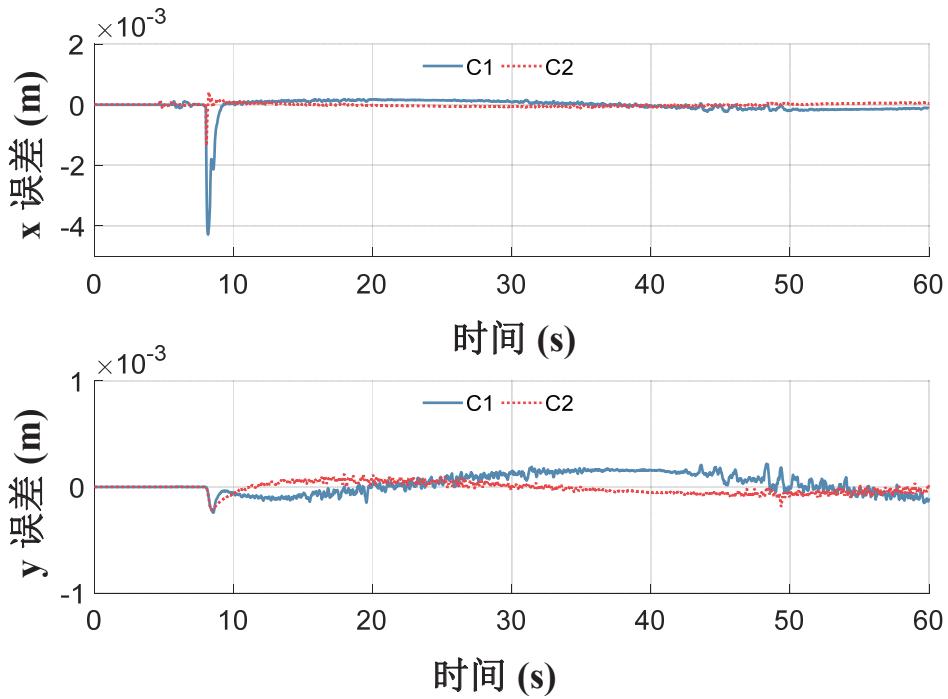


图 3.4 对比试验 I: 移动机器人轨迹跟踪误差

**C2):** 本节提出的 ARC 运动分配控制器: 控制器参数设置为:  $K_k = diag[10, 10]$ , 自适应律  $\Gamma = diag[25, 25]$ 。车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为:  $k_{ri} = 5.6$ , 自适应律  $\Gamma = diag[1, 0\ 0\ 0, 56]$ 。引入一下指标对控制器性能进行量化对比:

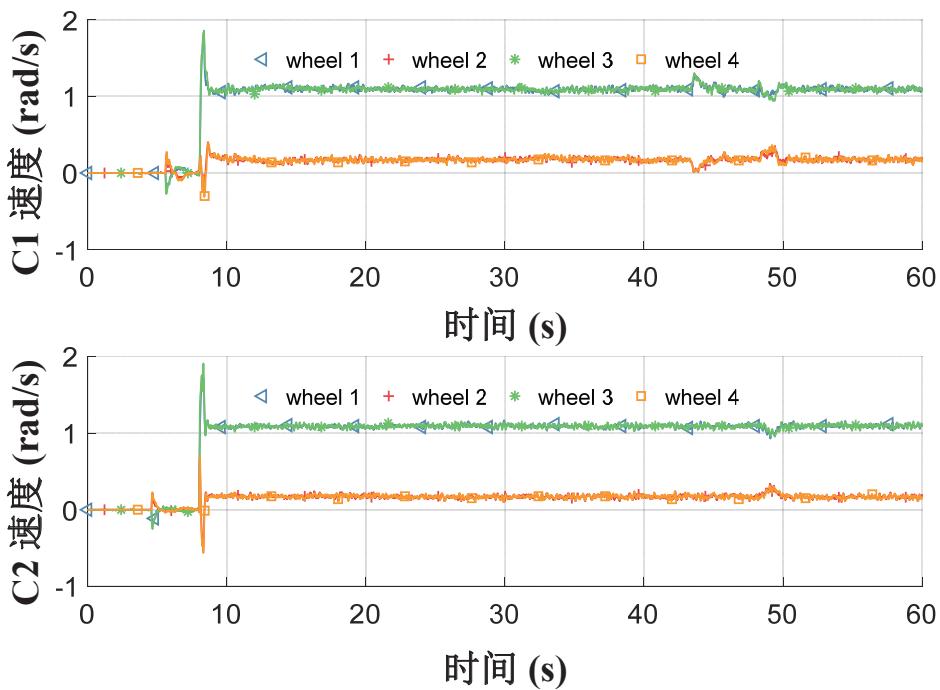


图 3.5 对比试验 I: 各车轮速度

- 1)  $\|e_x\|_{rms}, \|e_y\|_{rms}$ , 表示轨迹跟踪误差的均方根值, 用于描述车体的跟踪性能;
- 2)  $\|e_x\|_{max}, \|e_y\|_{max}$ , 表示轨迹跟踪的最大误差, 用于描述控制器性能。

在对比试验 II 中, 期望轨迹选为 8 字型轨迹, 移动机器人实现跟踪控制。从图3.6的轨迹跟踪图可以看出, 用于对比试验的控制器 C1 和 C2 都能达到一定的跟踪性能。图3.7和表格3.2给出两种控制器的跟踪误差对比。从跟踪误差数据对比可以看出, 提出的 ARC 运动分配控制器比传统的 PID 控制器具有更优的跟踪控制性能。图3.8给出了移动机器人的各车轮速度曲线。从图中可以看出, 两种控制器下同侧车轮驱动速度几乎相同。这是因为在运动分配的时, 同侧车轮速度相同, 然后再根据车轮控制器进行跟踪, 从而同侧车轮速度差别很小。总体来讲, 提出的 ARC 控制器在跟踪 8 字型轨迹的时比传统 PID 控制器具有更好的控制性能。

表 3.2 性能指标, 对比试验 II

控制算法	$\ e_x\ _2$	$\ e_x\ _{max}$	$\ e_y\ _2$	$\ e_y\ _{max}$
C1	4.57e-4	7.1e-3	2.87e-4	1.2e-3
C2	1.60e-4	2.3e-3	2.82e-4	1.0e-3

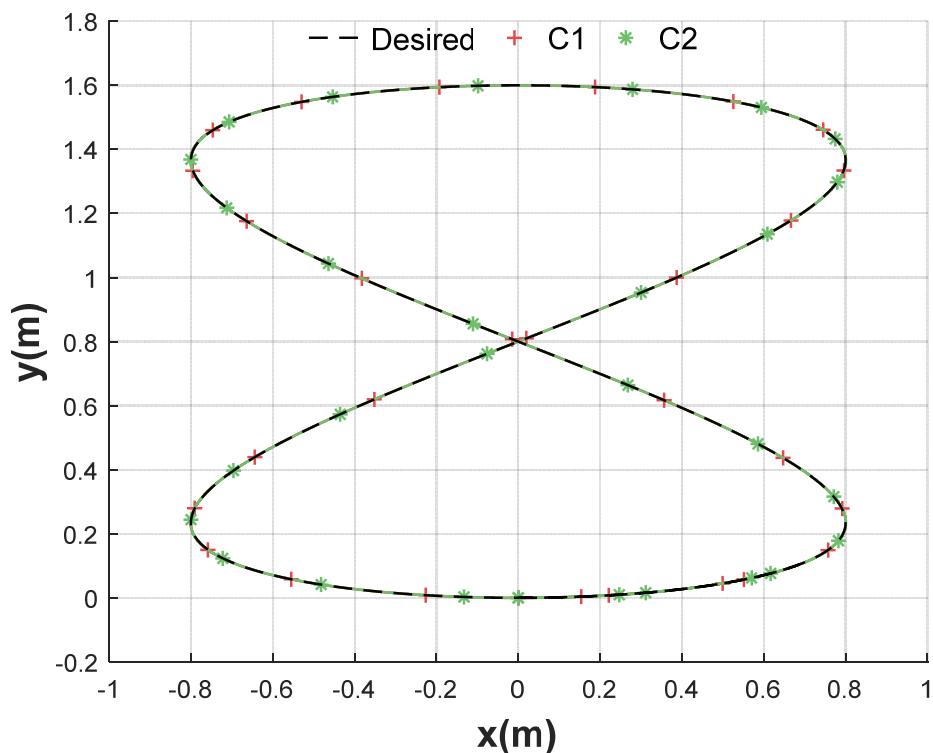


图 3.6 对比试验 II: 移动机器人运动轨迹

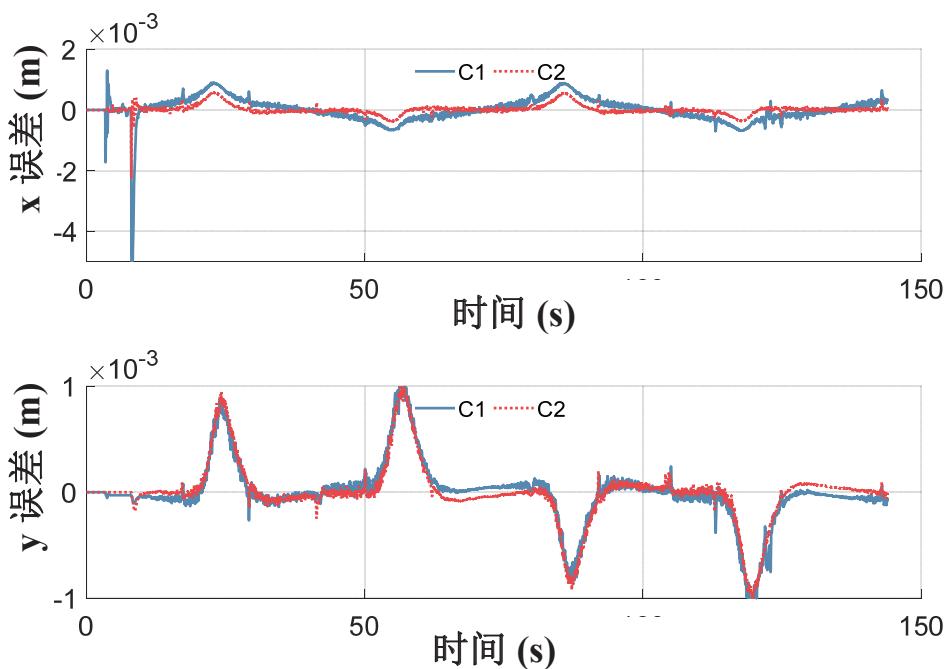


图 3.7 对比试验 II: 移动机器人轨迹跟踪误差

### 3.3 基于运动学模型的自适应运动分配控制器

本节着重在前一节提出的运动分配控制器的基础上，提出一种基于自适应运动分配策略的 ARC 协调控制方法，进一步提高控制性能，并进行实验验证。

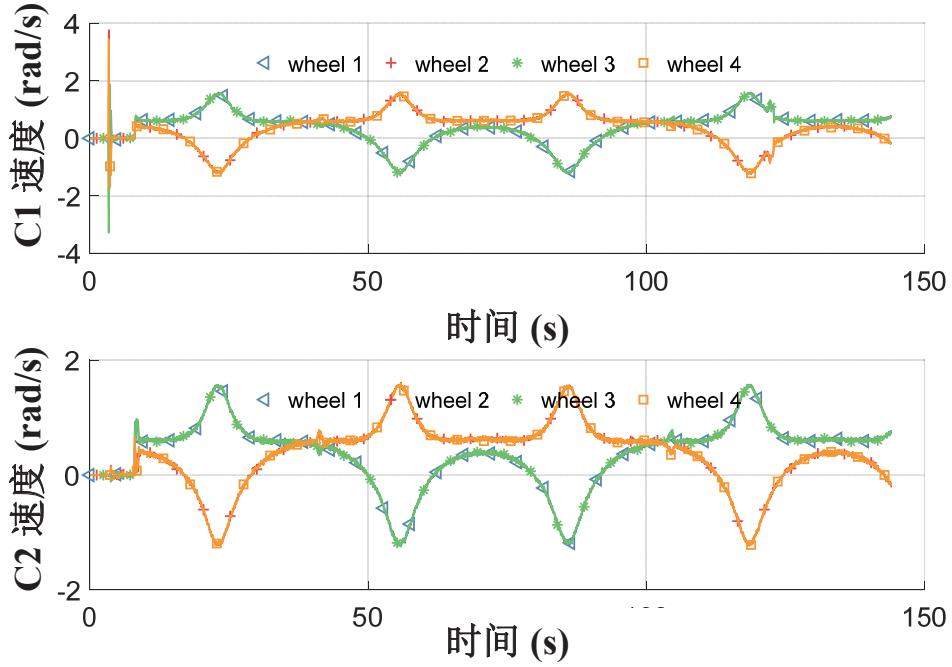


图 3.8 对比试验 II: 各车轮速度

### 3.3.1 问题阐述

前文从理论分析和实验结果说明了提出的冗余驱动机器人运动分配 ARC 控制算法在轨迹跟踪控制与传统控制器算法相比具有的高性能和实用性。注意到基于车轮和车体之间运动学关机的运动分配算法是该控制器的重要环节，其中分配系数对于实现运动分配具有重要作用，实际中可以通过离线辨识的方法获得分配系数。然而，移动机器人需要在不同的场合不同的地面进行作业，就导致固定的分配系数无法适应所有需求。尤其是，当指令信号为车体速度和角速度信号时，即缺少上层 ARC 控制器的情况下，前文的固定系数的运动分配方法将导致实际运行情况与期望信号存在一定差异。针对这一情况，我们引入参数自学习机制，来保证运动分配的准确性以提高控制性能。

### 3.3.2 控制器的总体结构

基于以上分析，在 3.1 节的所提出的运动分配控制器框架的基础上，本节提出了一种基于自适应运动分配策略的 ARC 精密协调控制器，其总体结构如图3.9 所示。该控制器主要分为两层：a) 上层的运动轨迹跟踪算法，主要用于实现对工作运动指令的精确跟踪；b) 下层自适应运动分配算法。上层跟踪控制器，利用自适应鲁棒控制理论对系统模型 (3.5) 设计车体期望速度与角速度  $v_{xd}$  和  $\omega_{\phi d}$ ，使得车体能够跟踪给定的期望运动轨迹，并在系统存在各种不确定性的情况下仍能保证所需的稳态精度和瞬态性能。进一步，自适应运动分配层将来自于上层控制器的信号  $v_{xd}$  和  $\omega_{\phi d}$  分配得到各车轮的期望速度  $\omega_{dri}$ 。

此外，通过基于车体/车轮运动学关系(3.24)的递归最小二乘估计算法实现在线精确参数估计，调整下层运动分配系数 $k_v$ 和 $k_\omega$ 以获得更准确的车体运动分配，使得移动平台在不同地面的情况下仍能保证相应的控制性能。上层ARC运动跟踪控制和车轮ARC控制器的设计过程与前一节类似，下面介绍参数在线辨识和自适应分配的具体实现。

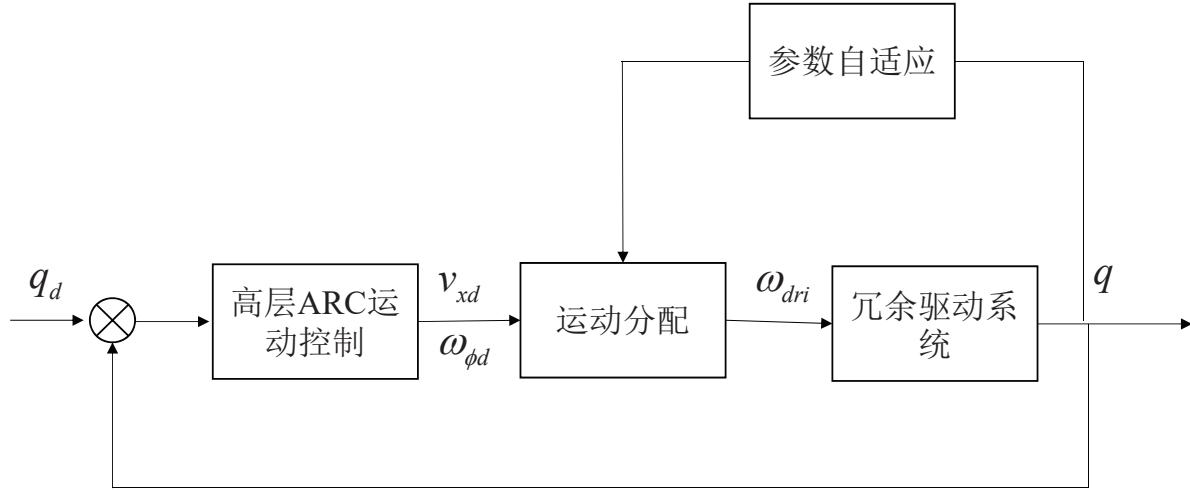


图 3.9 自适应运动分配控制算法控制结构

### 3.3.3 在线精确参数估计

为了设计参数估计算法，我们有

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{1}{2}k_v(\omega_l + \omega_r)r \\ \omega_\phi &= \frac{1}{2}k_\omega(\omega_r - \omega_l)r/b \end{aligned} \quad (3.44)$$

未知参数定义为

$$\theta_v = k_v, \theta_\omega = k_\omega \quad (3.45)$$

回归量定义为

$$\varphi_v = 1/2(\omega_l + \omega_r)r, \varphi_\omega = 1/2(\omega_r - \omega_l)r/b \quad (3.46)$$

定义预测输出误差

$$\epsilon_v = v_x - \varphi_v \hat{\theta}_v, \epsilon_\omega = \omega_\phi - \varphi_\omega \hat{\theta}_\omega, \quad (3.47)$$

为了实现快速精确的在线参数估计，对该模型设计具有指数数据遗忘特性以及有限协方差递归最小二乘参数估计算法

$$\dot{\hat{\theta}}_v = \Gamma_v \tau_v, \dot{\hat{\theta}}_\omega = \Gamma_\omega \tau_\omega \quad (3.48)$$

式(3.48)中自适应函数  $\tau_v$  和  $\tau_\omega$  选取为

$$\tau_v = -\frac{\varphi_v \epsilon_v}{1 + \kappa_{v2} \varphi_v \Gamma_v \varphi_v}, \tau_\omega = -\frac{\varphi_\omega \epsilon_\omega}{1 + \kappa_{\omega2} \varphi_\omega \Gamma_\omega \varphi_\omega} \quad (3.49)$$

自适应率  $\Gamma_v$  和  $\Gamma_\omega$  是正实数。注意到实际中可能存在的积分饱和现象，设计如下自适应律更新方式

$$\dot{\Gamma}_v = \begin{cases} \kappa_{v1} \Gamma_v (1 - \frac{\varphi_v \varphi_v \Gamma_v}{1 + \kappa_{v2} \varphi_v^T \Gamma_v \varphi_v}), & \text{if } \sigma_{max}(\Gamma_v) \leq \rho_M \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (3.50)$$

其中， $\Gamma_v(0) = \Gamma_v^T(0) > 0$ ;  $\kappa_v \geq 0$  是遗忘因子， $\kappa_{v2}$  是标准化因子（例如当  $\kappa_{v2}$  取不同特定值时整体参数估计算法等效于不同标准形式）； $\rho_M$  是为了避免估计器发散而预设的  $\|\Gamma_v(t)\|$  上界，令  $\sigma_{max}(\Gamma_v(t))$  代表  $\Gamma_v(t)$  的最大特征值。

$$\dot{\Gamma}_\omega = \begin{cases} \kappa_{\omega1} \Gamma_\omega (1 - \frac{\varphi_\omega \varphi_\omega \Gamma_\omega}{1 + \kappa_{\omega2} \varphi_\omega^T \Gamma_\omega \varphi_\omega}), & \text{if } \sigma_{max}(\Gamma_\omega) \leq \rho_M \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (3.51)$$

其中， $\Gamma_\omega(0) = \Gamma_\omega^T(0) > 0$ ;  $\kappa_\omega \geq 0$  是遗忘因子， $\kappa_{\omega2}$  是标准化因子（例如当  $\kappa_{\omega2}$  取不同特定值时整体参数估计算法等效于不同标准形式）； $\rho_M$  是为了避免估计器发散而预设的  $\|\Gamma_\omega(t)\|$  上界，令  $\sigma_{max}(\Gamma_\omega(t))$  代表  $\Gamma_\omega(t)$  的最大特征值。

### 3.3.4 自适应运动分配算法

经过在线参数估计后，就可以利用估计参数  $\hat{k}_v$  和  $\hat{k}_\omega$  实现自适应运动分配算法。然而，参数估计算法并不能估计的参数在一个已知的界内，因而如果直接将估计得到的参数应用于运动分配控制器存在系统不稳定的风险。为此，需要对在线估计算法进行修正。实际上，可做如下假设

**假设 3.4** 未知参数的有界集是已知的

$$\theta_v \in \Omega \triangleq \{\theta_v : \theta_{vmin} \leq \theta_v \leq \theta_{vmax}\}, \theta_\omega \in \Omega \triangleq \{\theta_\omega : \theta_{\omega min} \leq \theta_\omega \leq \theta_{\omega max}\} \quad (3.52)$$

其中， $\theta_{vmin}, \theta_{vmax}$  和  $\theta_{\omega min}, \theta_{\omega max}$  是已知的。

注意到公式(3.52)，我们有

$$\dot{\hat{\theta}}_v = Proj_{\hat{\theta}}(\Gamma_v \tau_v), \dot{\hat{\theta}}_\omega = Proj_{\hat{\theta}}(\Gamma_\omega \tau_\omega) \quad (3.53)$$

其中， $Proj_{\hat{\theta}}(\bullet)$  见公式(3.9)。注意到前文设计的冗余驱动运动分配，可设计如下自适应运动分配方法

$$\begin{aligned} \omega_l &= (v_{xd}/k_v - \omega_{\phi d} * b/k_\omega)/r \\ \omega_r &= (v_{xd}/k_v + \omega_{\phi d} * b/k_\omega)/r \end{aligned} \quad (3.54)$$

### 3.3.5 对比实验研究

本节的对比实验研究均在图3.2所示由浙江国自机器人和浙江大学共同研制的一款四轮独立驱动移动平台完成并取得实验数据。实验系统配置及参数如2.1节所示。车体的控制器采样周期设置为0.012s, 车体的运动轨迹通过车载陀螺仪和车轮编码器估计而得。

#### 3.3.5.1 对比实验 I

将本节提出的自适应运动分配控制器与直接运动分配控制器作比较。实验的参考轨迹为一个半径为1m的圆形。

**C1)**: 直接运动分配控制器: 控制器参数设置为:  $K_k = diag[10, 10]$ , 自适应律  $\Gamma = diag[25, 25]$ 。车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为:  $k_{ri} = 5.6$ , 自适应律  $\Gamma = diag[1, 0 \ 0 \ 0, 56]$ 。

**C2)**: 本节提出的自适应运动分配控制器: 控制器参数设置为:  $K_k = diag[10, 10]$ , 自适应律  $\Gamma = diag[25, 25]$ ; 车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为:  $k_{ri} = 5.6$ , 自适应律  $\Gamma = diag[1, 0 \ 0 \ 0, 56]$ ; 由于实际设备中, 使用车轮速度估计车体前进速度, 为此实验仅考虑车体旋转运动的分配系数估计, 运动分配系数自适应律  $\Gamma_\omega = 2.5$ , 遗忘因子  $k_\omega$  设为0.95。

在对比试验 I 中, 期望轨迹选为圆形轨迹, 移动机器人实现跟踪控制。从图3.10的轨迹跟踪图可以看出, 用于对比试验的控制器 C1 和 C2 都能达到一定的跟踪性能。图3.11和表格3.3给出两种控制器的跟踪误差对比。从跟踪误差数据对比可以看出, 提出的 ARC 自适应运动分配控制器比传统的直接运动分配控制器具有更优的跟踪控制性能。图3.12给出了移动机器人的各车轮速度曲线。从图中可以看出, 两种控制器下同侧车轮驱动速度几乎相同。这是因为在运动分配的时, 同侧车轮速度相同, 然后再根据车轮控制器进行跟踪, 从而同侧车轮速度差别很小。从图3.13能够看出, 两种运动分配系数的变化, 提出的自适应运动分配算法能够根据适应地面的变化, 从而提高其控制性能。总体来讲, 提出的 ARC 自适应分配控制器在跟踪圆形轨迹时具有更好的控制性能。

表 3.3 性能指标, 对比试验 I

控制算法	$\ e_x\ _2$	$\ e_x\ _{max}$	$\ e_y\ _2$	$\ e_y\ _{max}$
C1	1.33e-4	2.8e-3	1.07e-4	4.0e-4
C2	1.31e-4	2.7e-3	0.97e-4	2.9e-4

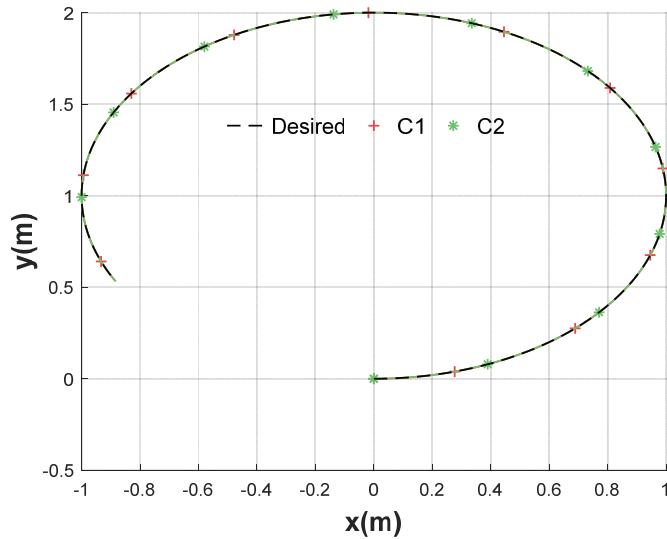


图 3.10 对比试验 I: 移动机器人运动轨迹

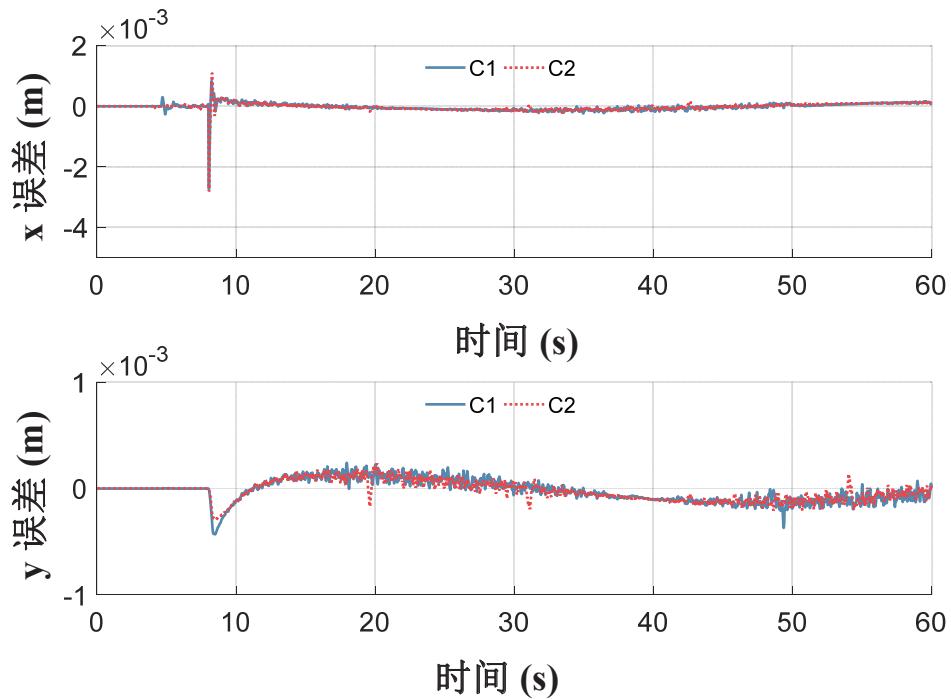


图 3.11 对比试验 I: 移动机器人轨迹跟踪误差

### 3.3.5.2 对比实验 II

以上实验对比了两种控制器跟踪轨迹的效果，实验的参考轨迹为一个 8 字型运动轨迹。

**C1)**: 直接运动分配控制器：控制器参数设置为： $K_k = diag[10, 10]$ ，自适应律  $\Gamma = diag[25, 25]$ 。车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为： $k_{ri} = 5.6$ ，自适应律  $\Gamma = diag[1, 0\ 0\ 0, 56]$ 。

**C2)**: 本节提出的自适应运动分配控制器：控制器参数设置为： $K_k = diag[10, 10]$ ，

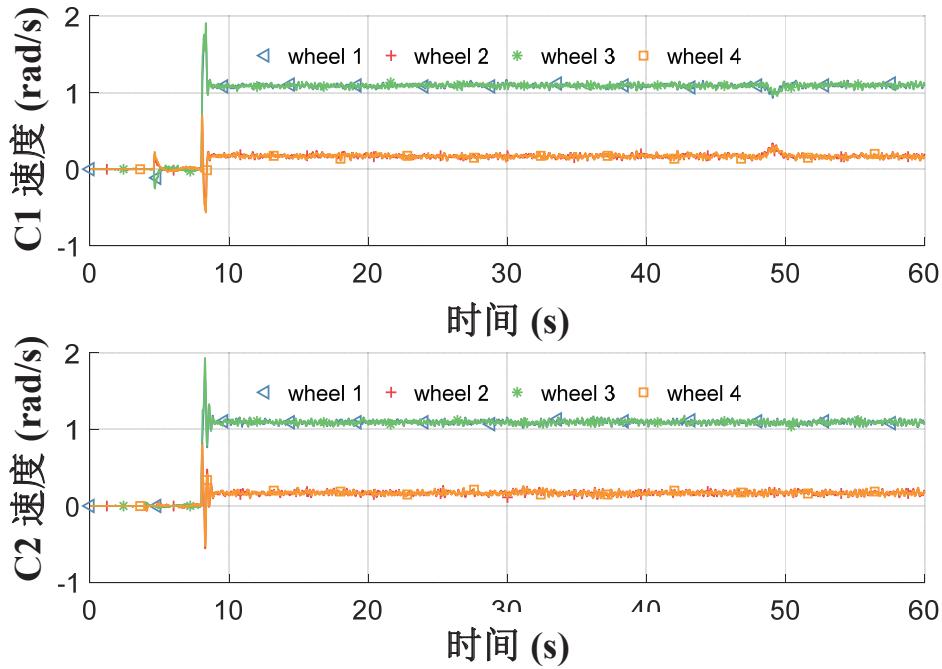


图 3.12 对比试验 I: 各车轮速度

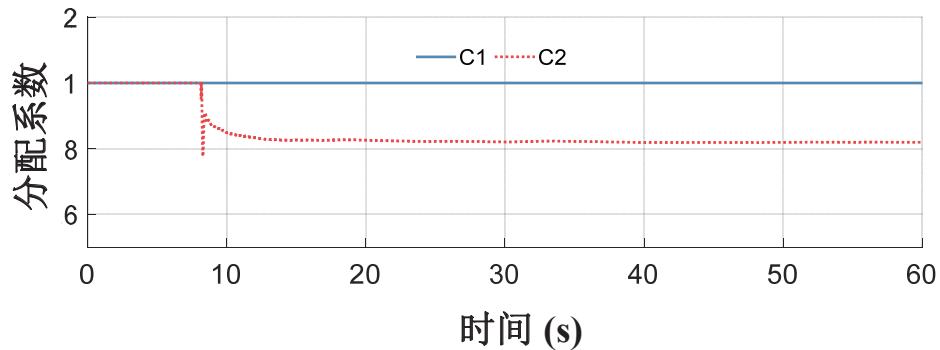


图 3.13 对比试验 I: 运动分配系数

自适应律  $\Gamma = diag[25, 25]$ ; 车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为:  $k_{ri} = 5.6$ , 自适应律  $\Gamma = diag[1, 0\ 0\ 0, 56]$ ; 由于实际设备中, 使用车轮速度估计车体前进速度, 为此实验仅考虑车体旋转运动的分配系数估计, 运动分配系数自适应律  $\Gamma_\omega = 2.5$ , 遗忘因子  $k_v$  设为 0.95。

在对比试验 II 中, 冗余驱动的移动机器人跟踪一条 8 字型期望轨迹。从图3.14 的轨迹跟踪图可以看出, 用于对比试验的控制器 C1 和 C2 都能达到一定的跟踪性能。图3.15和表格3.4 给出两种控制器的跟踪误差对比。从跟踪误差数据对比可以看出, 提出的 ARC 自适应运动分配控制器比传统的直接运动分配控制器具有更优的跟踪控制性能。图3.16 给出了移动机器人的各车轮速度曲线。从图中可以看出, 两种控制器下同侧车轮驱动速度几乎相同。这是因为在运动分配的时, 同侧车轮速度相同, 然后再根据车轮控制器进行跟踪, 从而同侧车轮速度差别很小。从图3.17 能够看出, 两种运动分配系数的

变化，提出的自适应运动分配算法能够根据适应地面的变化，从而提高其控制性能。总体来讲，提出的 ARC 自适应分配控制器在跟踪圆形轨迹时具有更好的控制性能。

表 3.4 性能指标, 对比试验 II

控制算法	$\ e_x\ _2$	$\ e_x\ _{max}$	$\ e_y\ _2$	$\ e_y\ _{max}$
C1	1.60e-4	2.3e-3	2.82e-4	1.0e-3
C2	1.30e-4	2.2e-3	2.25e-4	0.8e-3

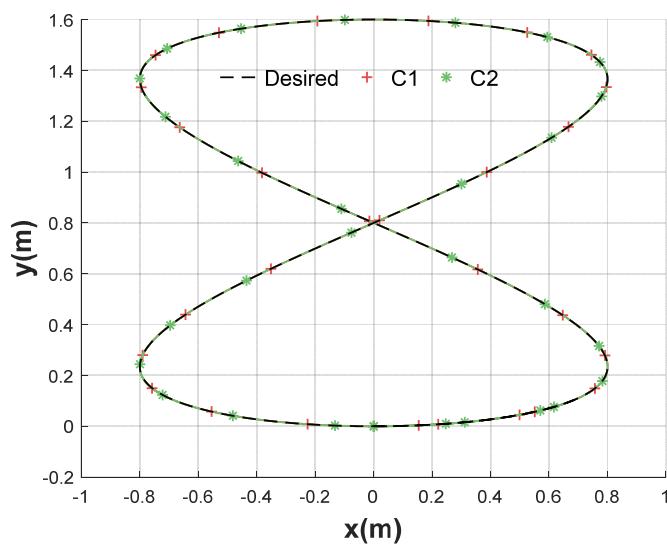


图 3.14 对比试验 II: 移动机器人运动轨迹

### 3.3.5.3 对比实验 III

以上实验对比了两种控制器跟踪轨迹的效果，为了验证信号指令为速度的情况下两种控制器的跟踪效果，设计速度跟踪实验，即发给车体的指令为前进速度和旋转速度。考虑到实际实验中，车体的前进速度也通过车轮的旋转速度测量得到，为此仅测试旋转运动的影响，进而验证提出的自适应运动分配控制方法的性能。车体期望旋转速度设定为  $0.1\text{rad/s}$ ，并在三中不同地面中运行。

在对比试验 III 中，对比两种控制器分配方法在不同地面情况下的速度控制性能，C1 根据期望运动速度指令根据直接运动分配公式以及已知的分配系数得到车轮的旋转速度。从图3.18 的运动速度图可以看出，传统的直接运动分配控制器在不同地面情况下运动速度会有差异，而提出的自适应运动分配控制器不管地面如何变化都可以实现速度的跟踪。造成此种现象的主要原因是不同的地面摩擦力系数会不一样，会导致车轮并不满足纯滚动的假设，为此固定系数的运动分配往往具有较差的地面对应性能，而提出的自适应

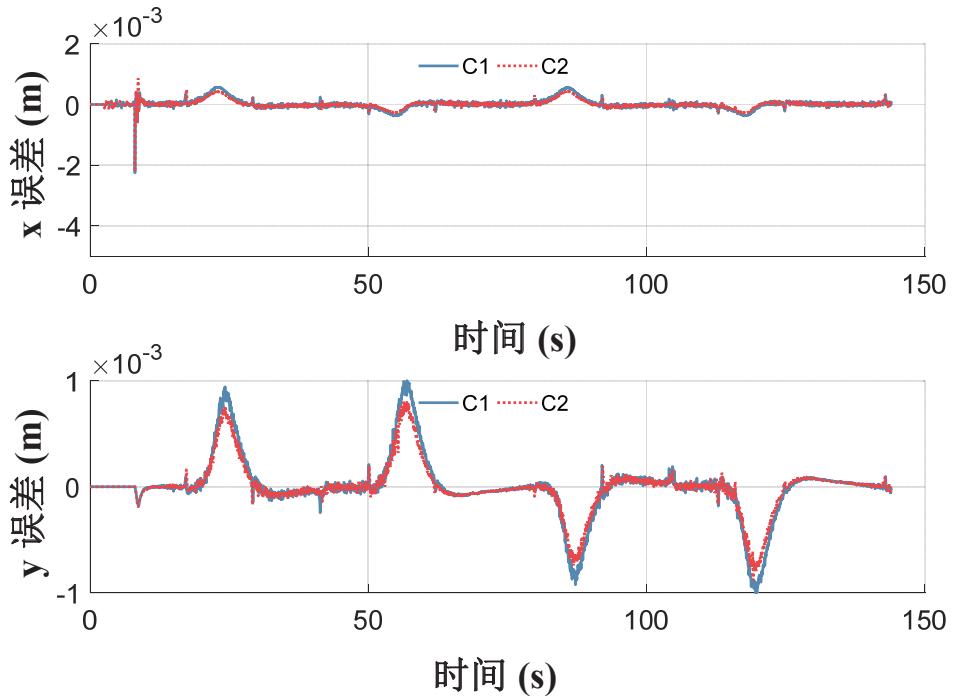


图 3.15 对比试验 II: 移动机器人轨迹跟踪误差

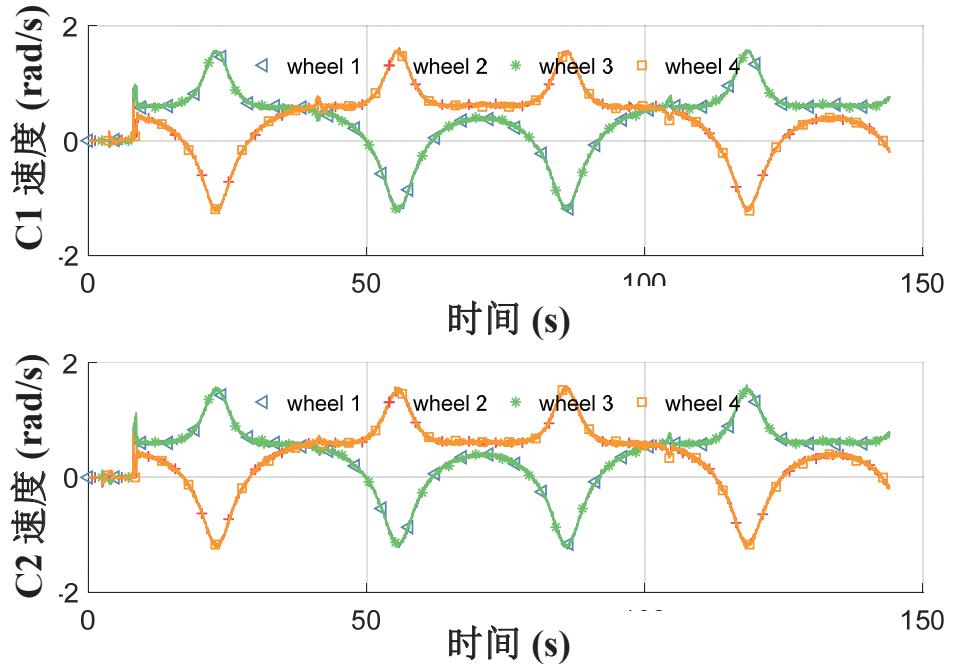


图 3.16 对比试验 II: 各车轮速度

分配控制器却能根据地面不同矫正分配系数3.19,从而提高控制性能。

### 3.4 本章小结

- 针对冗余驱动移动机器人平台, 基于本文建立的移动平台运动学模型, 提出通过在线参数自适应及实时模型补偿以处理系统参数不确定性, 同时结合鲁棒控制以

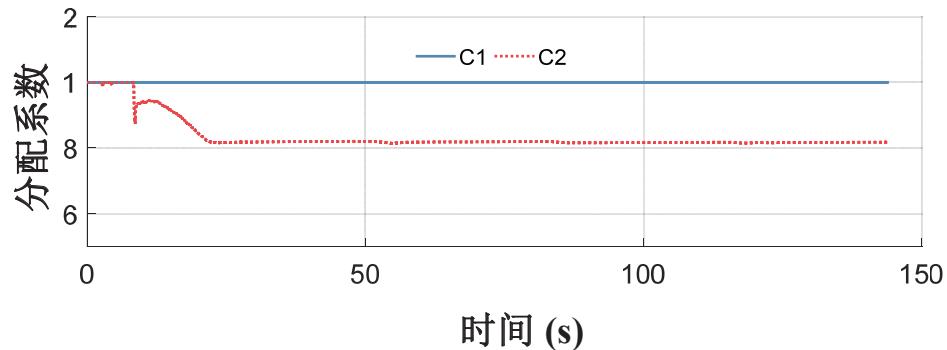


图 3.17 对比试验 II: 运动分配系数

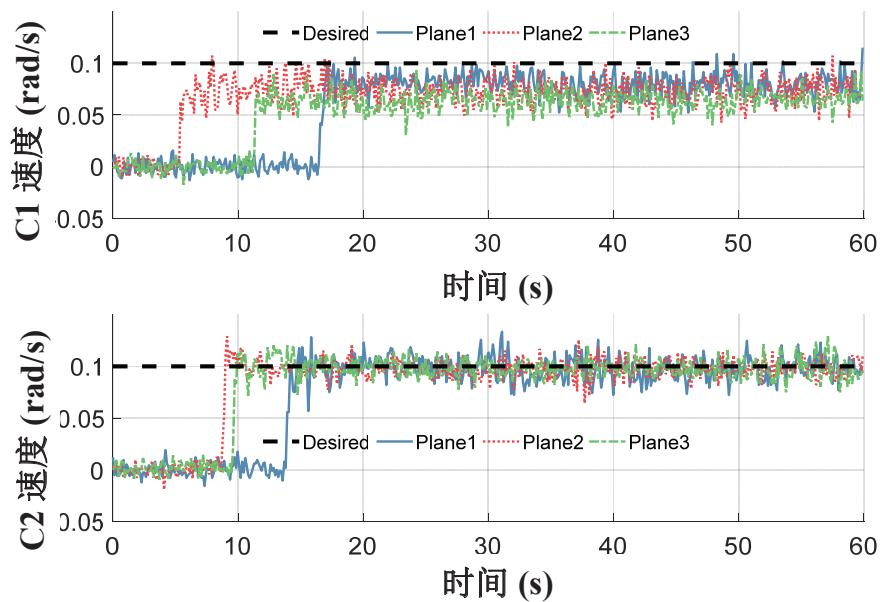


图 3.18 对比试验 III: 不同地面车体旋转速度

保证鲁棒性能的控制方法，并进一步对车体运动进行直接分配，设计了 DMAARC(Direct motion allocation adaptive robust control) 直接运动分配控制器。通过实验对比，验证了所提出的自适应鲁棒控制器能够实现有效的运动跟踪。

2、为进一步拓展所提出的运动分配控制器，使其更好适应不同地面，在原控制器框架不变的基础上，对分配系数进行在线准确自适应及模型补偿以处理不同地面下的运动情况，设计了 AMAARC (Adaptive motion allocation adaptive robust control) 自适应运动分配控制器。通过实验对比，验证了所提出的控制方法能够保证系统跟踪，并且直观展现了能够在不同地面环境下的适应性。从而，本节的研究为追求此类移动机器人的运动跟踪控制奠定了基础。

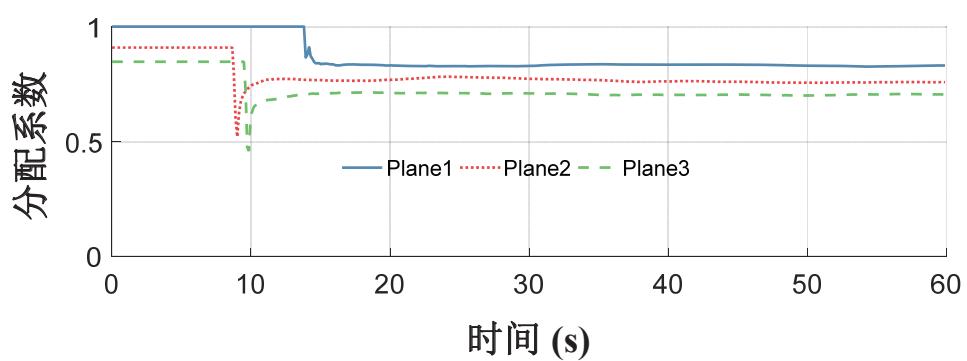


图 3.19 对比试验 III: 运动分配系数

## 第4章 基于动力学模型的移动平台协调控制策略研究

**摘要：**本章提出了基于动力学模型冗余驱动移动平台的协调控制策略，该方法在运动控制层基于自适应鲁棒的控制策略保证系统在不确定影响下的跟踪性能，在驱动力分配层对具有冗余驱动的移动机器人进行驱动力矩分配，从而能够实现冗余驱动移动机器人的协调控制，且总体控制器具有易于工程实现的优点。进一步考虑移动机器人车轮/地面的影响规律、车轮动力学的影响，完善了冗余驱动移动机器人协调控制策略，提出具有多层结构的自适应鲁棒控制策略。与传统控制策略的对比实验，验证所提出冗余驱动移动机器人协调控制策略的控制性能。

### 4.1 引言

上一章主要介绍了基于运动分配的移动机器人轨迹跟踪策略。简单的结构使得车体的控制性能受到一定限制，为了改进这类策略存在的问题，许多控制器展开动力学控制的研究，将车体驱动力分配给左右轮。然而，目前的动力分配控制器并不适用于冗余驱动移动机器人，主要是因为当某个车轮悬空状态时，没有考虑冗余特性直接分配驱动力的方法会导致车轮速度变得非常大的不正常现象。如何基于冗余驱动移动机器人的模型，设计兼顾车体控制性能和冗余驱动特性的协调控制策略成为具有重要价值的研究内容。针对现有控制策略存在的问题，并借鉴自适应鲁棒控制理论，本文首先将在本章提出一种基于扭矩分配的自适应鲁棒控制结构，能够保证移动机器人运动跟踪精度的同时有效处理冗余驱动特征造成的影响。其次，进一步考虑在分配扭矩中面临的车轮/地面交互作用、车轮动力学等因素，提出多层结构的自适应鲁棒协调控制策略。

### 4.2 基于动力学模型的动力分配自适应鲁棒协调控制策略

#### 4.2.1 问题阐述

前文介绍了基于冗余驱动移动平台运动学模型的运动分配控制算法和自适应运动分配算法。相比于直接运动分配策略，自适应运动分配算法已经有效提高跟踪性能。其中所设计的分配系数 RLS 算法能够跟踪时变特性参数，并将分配系数反馈于运动分配算法，实现在不同地面的情况下的控制性能。然而，以上控制器仍然基于运动学模型上设

计。实际上，为了解决上述控制器存在的问题及实现更好的控制性能，需要提出效果更优的控制策略。由此，本节主要介绍了一种基于动力学模型的冗余驱动移动平台动力分配自适应鲁棒控制策略，即根据第二章冗余驱动动力学模型(2.3)和车轮动力学模型(2.6)设计控制器。

#### 4.2.2 控制器总体结构

本节提出了一种动力分配的自适应鲁棒控制器实现冗余驱动移动平台的轨迹跟踪，如图所示4.1。所提出的控制器主要由两部分组成：a) 自适应鲁棒控制器；b) 动力分配及运动协调策略。其中，为了更好处理模型参数不确定性及实现更好的跟踪效果，上层控制器引入ARC策略实现车体跟踪控制，获得总驱动力和扭矩 $u_d$ ，并作为动力分配层的输入。动力分配层的主要功能则是将上一层期望信号按一定规则分配给各驱动轮，进而实现车体控制。以上动力分配自适应鲁棒控制策略能够处理非冗余的移动平台，而从实验发现该方法应用于冗余驱动移动机器人时，由于没有考虑冗余特性，容易出现车轮悬空导致某个车轮快速旋转的现象。为解决这个问题，本节提出了同侧车轮能够相互协调的一种运动协调策略。下文详细介绍方法实现

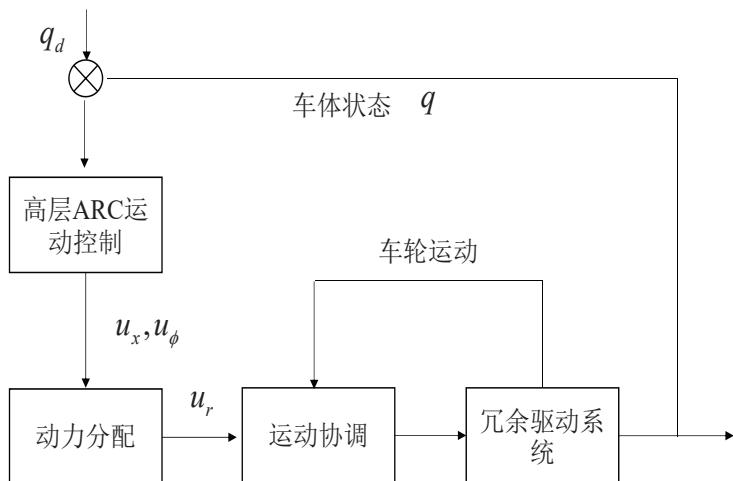


图 4.1 控制器总体结构

#### 4.2.3 自适应鲁棒跟踪算法

基于冗余驱动移动平台的运动学模型(2.7)，我们应用输出重定义技术设计运动学控制器。由此，得到一个全新的方程

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_x \\ z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + L\cos(\phi) \\ y + L\sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

其中,  $L$  是一个正的常数。对上述方程进行微分, 我们得到

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}\mathbf{v} + \mathbf{d}_k \quad (4.2)$$

其中, 移动机器人车体的线速度和角速度速度向量  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{d}_k$  代表包含外干扰, 车体侧滑等各种不确定性,  $\mathbf{T}$  定义为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -L\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & L\cos(\phi) \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

结合车体动力学方程 (2.7), 从而获得如下表达式

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}\mathbf{u} + \mathbf{d}_t \quad (4.4)$$

其中,

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{T}\mathbf{M}\mathbf{T}^{-1}, \mathbf{C}_t = \mathbf{T}\mathbf{M}\dot{\mathbf{T}}^{-1}, \mathbf{d}_t = \mathbf{T}\mathbf{d}, \tilde{\Delta}_t = \mathbf{T}\tilde{\Delta} \quad (4.5)$$

上述动力学方程具有如下性质

**性质 1** 质量矩阵  $\mathbf{M}_t$  是对称的正定矩阵。

**性质 2**  $\dot{\mathbf{M}}_t - 2\mathbf{C}_t$  是斜对称矩阵。

这里引入  $\mathbf{d}_\bullet = \Delta_\bullet + \tilde{\Delta}_\bullet$  表示不确定性的常值分量, 于是得到如下表达式

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}\mathbf{u} + \Delta_t + \tilde{\Delta}_t \quad (4.6)$$

于是可以定义一组未知参数向量  $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_4]^T = [m, J, \Delta_x, \Delta_\phi]^T$ 。实际系统中, 参数不能被精确获得的, 例如质量会因为负载发生改变, 但一般来说, 各个参数会在一定范围之内, 因此符合如下假设

**假设 4.1** 未知参数的有界集是已知的

$$\boldsymbol{\theta} \in \Omega \triangleq \{\theta : \theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max}\} \quad (4.7)$$

$$\tilde{\Delta}_\bullet \in \triangleq \{\Delta_\bullet : |\tilde{\Delta}_\bullet| \leq \delta_\Delta\} \quad (4.8)$$

其中,  $\theta_{min} = [\theta_{1min}, \dots, \theta_{4min}]^T$ ,  $\theta_{max} = [\theta_{1max}, \dots, \theta_{4max}]^T$  和  $\delta_\Delta$  是已知的。

基于上述冗余驱动移动机器人的数学描述, 我们的控制目标即设计一个控制器使得移动机器人能够尽可能好地跟踪参考轨迹。本文中  $\hat{\bullet}$  表示  $\bullet$  的估计值, 而  $\tilde{\bullet} = \hat{\bullet} - \bullet$  为参数估计误差。

引理 4.1 定义如下投影式自适应律

$$\dot{\hat{\theta}} = Proj_{\hat{\theta}}(\Gamma \tau) \quad (4.9)$$

其中,  $\tau$  为自适应函数,  $\Gamma > 0$  是正定对称矩阵。定义投影映射函数<sup>[118]</sup>  $Proj_{\hat{\theta}}(\bullet) = [Proj_{\hat{\theta}}(\bullet_1), \dots, Proj_{\hat{\theta}}(\bullet_3)]$  为

$$Proj_{\hat{\theta}_i}(\bullet_i) = \begin{cases} 0, & if \quad \hat{\theta}_i = \theta_{imax} \quad and \quad \bullet_i > 0 \\ 0, & if \quad \hat{\theta}_i = \theta_{imin} \quad and \quad \bullet_i < 0 \\ \bullet_i, & otherwise \end{cases} \quad (4.10)$$

那么, 公式 (4.9) 具有如下特点

$$\mathbf{P1}) \quad \boldsymbol{\theta} \in \Omega \triangleq \{\boldsymbol{\theta} : \theta_{min} \leq \boldsymbol{\theta} \leq \theta_{max}\} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{P2}) \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}(\Gamma^{-1}Proj_{\hat{\theta}}(\Gamma \eta) - \eta) \leq 0, \forall \eta \quad (4.12)$$

根据以上非线性动力学模型, 设计自适应鲁棒控制器, 步骤如下

令  $\mathbf{z}_d(t) = [z_{xd}(t), z_{yd}(t)]^T$  表示参考轨迹, 定义轨迹跟踪误差向量为  $\mathbf{e} = [e_x, e_y]^T = [z_x(t) - z_{xd}(t), z_y(t) - z_{yd}(t)]^T$ , 由此定义类滑模变量

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e} \quad (4.13)$$

其中,  $\boldsymbol{\Lambda}$  是正定对称矩阵, 表示反馈增益。根据如上定义得到如下误差动力学方程

$$\mathbf{M}_t \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{T} \mathbf{u} - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{z}} + \Delta_t + \tilde{\Delta}_t - \mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}}_d - \mathbf{M}_t \boldsymbol{\Lambda} \dot{\mathbf{e}} \quad (4.14)$$

上述方程的右侧可以写成线性回归的表达式

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}}_d + \mathbf{M}_t \boldsymbol{\Lambda} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{e}} - \Delta_t = -\boldsymbol{\varphi}^T(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, t) \boldsymbol{\theta} \quad (4.15)$$

其中,  $\boldsymbol{\varphi}$  为回归向量。基于式 (4.14), 提出如下控制率

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{u}_a + \mathbf{u}_s), \mathbf{u}_a = -\boldsymbol{\varphi}^T \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (4.16)$$

其中,  $\mathbf{u}_a$  表示轨迹跟踪需要的自适应模型补偿项, 而  $\mathbf{u}_s$  是接下来需要设计的鲁棒控制输入。

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_{s1} + \mathbf{u}_{s2}, \mathbf{u}_{s1} = -\mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} \quad (4.17)$$

其中,  $\mathbf{u}_{s1}$  表示简单的线性反馈项, 且  $\mathbf{K}_{s1}$  是一个正常数。此外, 公式中的  $\mathbf{u}_{s2}$  是一个非线性反馈项, 主要用于处理模型不确定性, 并保证鲁棒性能, 且满足如下两个条件

$$\begin{aligned} 1) \mathbf{s}^T(\mathbf{u}_{s2} - \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\Delta}_t) &\leq \epsilon_t \\ 2) \mathbf{s}^T \mathbf{u}_{s2} &\leq 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

其中,  $\epsilon_t$  为任意的正参数。同时设计自适应律为

$$\tau = \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{s} \quad (4.19)$$

由以上设计的自适应鲁棒控制器及自适应函数能够取得如下理论结果

**定理 4.1** 采用自适应鲁棒控制器 (4.16) 及自适应率 (4.19), 可以保证系统确定的瞬态性能和稳态性能:

**A.** 总体来讲, 系统的控制输入和所有状态信号都是有界的, 此外, 定义正定函数  $V(t)$

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{M}_t \mathbf{s} \quad (4.20)$$

是有界的, 并且有

$$V(t) \leq \exp(-\lambda t) V(0) + \frac{\epsilon_t}{\lambda} [1 - \exp(-\lambda t)] \quad (4.21)$$

其中,  $\lambda = \min\{2\sigma_{\min}(\mathbf{KM}^{-1})\}$ 。

**B.** 假如在有限的时间  $t_0$  后系统只存在参数不确定性 (即满足  $\tilde{\Delta}_t = 0, \forall t \geq t_0$ ), 那么在 A. 中所述结论基础上, 系统还能够实现稳态误差为零的渐进跟踪, 即当  $t \rightarrow \infty$  时使得  $e_{ri} \rightarrow 0$

**证明** 由自适应鲁棒控制率 (4.16), (4.20) 定义的函数  $V(t)$  的导数

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \mathbf{s}^T (\mathbf{T}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\theta} + \tilde{\Delta}_t) \\ &= \mathbf{s}^T (-\mathbf{K}_{s1}\mathbf{s} + \mathbf{u}_{s2} - \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\Delta}_t) \\ &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} + \mathbf{s}^T (\mathbf{u}_{s2} - \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\Delta}_t) \\ &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} + \epsilon_t \\ &\leq -\lambda V(t) + \epsilon_t \end{aligned} \quad (4.22)$$

于是通过比较引理可以推出

$$V(t) \leq \exp(-\lambda t) V(0) + \frac{\epsilon_t}{\lambda} [1 - \exp(-\lambda t)] \quad (4.23)$$

以上推导过程验证了定理4.1 的 A.部分内容。现在考虑定理4.1的 B., 当  $\tilde{\Delta}_t = 0, \forall t \geq t_0$ , 选择一下正定函数

$$V_a = V(t) + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta} \quad (4.24)$$

由鲁棒性能条件 (4.18) 和公式 (4.12), 上式 (4.24) 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \mathbf{s}^T (\mathbf{T}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\theta} + \tilde{\Delta}_t) + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} + \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \text{Proj}_{\hat{\theta}}(\dot{\tilde{\theta}}) \\ &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} - \tilde{\theta}^T (\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} - \boldsymbol{\varphi} \mathbf{s}) \leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} \end{aligned} \quad (4.25)$$

由于所有的信号都是有界的, 容易验证  $\dot{s}$  也是有界且连续一致的。根据 Barbalat's 定理, 容易验证定理4.1 的 B., 证毕。

#### 4.2.4 动力分配与协调控制

本节主要介绍冗余驱动驱动移动平台的动力分配方法和协调控制。动力分配策略主要将车体的总驱动力和力矩按照一定原则分配给各驱动轮。然而, 考虑到大多数移动机器人会缺少避震系统及地面的变化, 在实际的应用中直接动力分配的方法会导致车轮转速过快等现象。为了避免这种现象, 提出了车轮转速的协调控制方法。前文通过设计自适应鲁棒控制器, 获得移动机器人的总虚拟驱动力  $\mathbf{u}_v$  的表达 (4.16)。以上驱动合理是各驱动力一起作用的效果, 并满足如下约束

$$\begin{aligned} u_{xv} &= F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} \\ u_{\phi v} &= -w_l F_{x1} + l_f F_{y1} + w_r F_{x2} + l_f F_{y12} \\ &\quad -w_l F_{x3} - l_r F_{y3} + w_r F_{x4} - l_r F_{y4} \end{aligned} \quad (4.26)$$

各车轮的侧向作用力可以通过计算得到, 并简化上式

$$\begin{aligned} u_{xv} &= F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} \\ M_v &= -wF_{x1} + wF_{x2} - wF_{x3} + wF_{x4} \end{aligned} \quad (4.27)$$

其中  $M_v = u_{\phi d} - l_f F_{y1} - l_f F_{y2} + l_r F_{y3} + l_r F_{y4}$ 。为了得到各驱动轮扭矩, 我们选择如下代价函数

$$J_{cost} = \sum_{i=1}^4 W_i \frac{F_{xi}^2 + F_{yi}^2}{N_i^2} \quad (4.28)$$

其中  $N_i$  表示各车轮垂直方向的压力。

**备注 4.1** 通常情况下, 车轮垂直方向的作用力无法直接获得, 为此在实际应用中, 则使用名义作用力进行分配, 名义作用力如下

$$N_i = \frac{mgl_r}{2(l_f + l_r)}, N_i = \frac{Mgl_f}{2(l_f + l_r)} \quad (4.29)$$

将约束(4.26)代入(4.28),应用拉格朗日乘子法求解上述具有等式约束的优化问题

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial x_i} &= 2W_i \frac{x_i}{N_i^2} + \lambda_1 - w\lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial \lambda_1} &= F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} = u_{xv} \\ \frac{\partial J}{\partial \lambda_2} &= -wF_{x1} + wF_{x2} - wF_{x3} + wF_{x4} = M_v\end{aligned}\quad (4.30)$$

其中,  $\lambda_i$  表示拉格朗日乘子。基于上式, 可以求得各车轮的期望作用力  $F_{xi}$ , 并忽略车轮动力学, 我们可以得到各电机驱动扭矩为

$$\tau_{ri1} = F_{xi}r \quad (4.31)$$

以上动力分配过程能获得各车轮的驱动力矩。然而, 对于冗余驱动移动机器人, 以上动力分配方法有可能引起某个车轮悬空, 控制输入  $\tau_{ri1}$  导致车轮转速过大的现象。为此, 本节提出了一种新型的车轮转速协调策略, 防止车轮转速过快, 该策略如下

$$\tau_{ri2} = k_{ri}e_{ri} \quad (4.32)$$

其中,  $e_{ri} = \omega_{ri} - \bar{\omega}$ ,  $\bar{\omega}$  表示移动机器人同侧车轮的平均转速。因此, 控制输入可以为

$$\tau_{ri} = \tau_{ri1} + \tau_{ri2} \quad (4.33)$$

**备注 4.2** 以上过程提出了一种混合结构的控制器, 首先简单动力分配获得  $\tau_{ri1}$ , 然而由于车体缺少避震等设备, 车轮会出现悬空等现象, 进而导致车轮转速过快。为了避免这种现象的发生, 在此基础上, 提出了车轮转速协调策略。

#### 4.2.5 对比实验研究

本节的对比实验研究均在图3.2所示由浙江国自机器人和浙江大学共同研制的一款四轮独立驱动移动平台完成并取得实验数据。实验系统配置及参数如2.1节所示。车体的控制器采样周期设置为0.012s, 车体的运动轨迹通过车载陀螺仪和车轮编码器估计而得。

##### 4.2.5.1 对比实验 I

为了验证本节提出协调动力分配控制器的控制性能及协调能力, 将本节提出的协调动力分配控制器与直接动力分配控制器作比较。两种控制器跟踪半径为1m的圆形轨迹。

**C1): 直接运动分配控制器:** 即使用上述控制器设计的  $\tau_{ri1}$  作为驱动轮的驱动扭矩。控制器参数设置为:  $K_k = diag[10, 10]$ , 自适应律  $\Gamma = diag[25, 25]$ 。车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为:  $k_{ri} = 5.6$ , 自适应律  $\Gamma = diag[1, 0 0 0, 56]$ 。

**C2)**: 传统的直接动力分配控制器: 控制器参数设置为:  $\Lambda = diag[10, 10]$ 。实验中鲁棒控制率设计为  $\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}_2 \mathbf{s}$ , 其中  $\mathbf{K}_2$  表示线性反馈和鲁棒反馈的结合, 该控制器参数设置为  $\mathbf{K}_2 = [5.6, 5.6]^T$ . 参数自适应率选择为  $\Gamma = diag[0, 0.56, 56]$ 。

**C3)**: 本节提出的协调动力分配控制器: 控制器参数设置为:  $\Lambda = diag[10, 10]$ 。实验中鲁棒控制率设计为  $\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}_2 \mathbf{s}$ , 其中  $\mathbf{K}_2$  表示线性反馈和鲁棒反馈的结合, 该控制器参数设置为  $\mathbf{K}_2 = [5.6, 5.6]^T$ . 参数自适应率选择为  $\Gamma = diag[0, 0.56, 56]$ 。车轮之间的协调控制参数选择为  $k_{si} = 2$ 。

表 4.1 性能指标, 对比试验 II

控制算法	$\ e_x\ _2$	$\ e_x\ _{max}$	$\ e_y\ _2$	$\ e_y\ _{max}$
$C1$	6.37e-4	8.6e-3	1.98e-4	1.7e-3
$C2$	2.30e-4	2.7e-3	2.56e-4	1.5e-3
$C3$	1.50e-4	2.5e-3	1.63e-4	1.5e-3

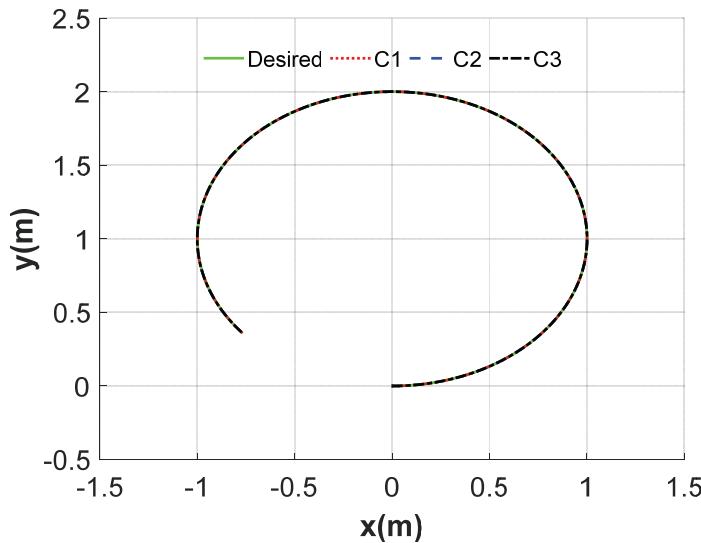


图 4.2 对比试验 I: 移动机器人运动轨迹

在对比试验 I 中, 移动机器人跟踪圆形期望轨迹。从图4.2的轨迹跟踪图可以看出, 用于对比试验的控制器 C1,C2 和 C3 都能达到一定的跟踪性能。图4.3和表格4.1给出两种控制器的跟踪误差对比。从跟踪误差数据对比可以看出, 提出的协调动力分配控制器相比直接动力分配控制器及运动分配控制器具有更好的性能, 而且传统的直接动力分配控制器跟踪误差会有较大的波动。造成这种现象的主要原因可以视为此种控制器 C2 下, 车轮转速不稳定, 进而影响车体运动, 如图4.4。从图中可以看出, 运动学控制器同侧车轮速

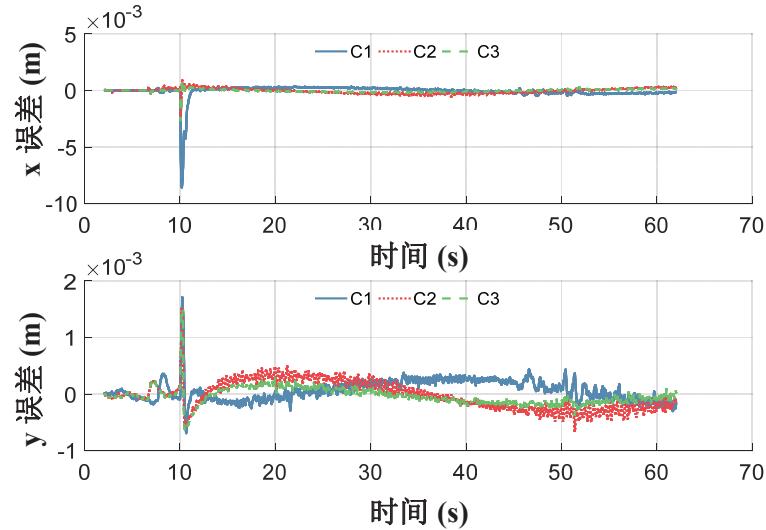


图 4.3 对比试验 I: 移动机器人轨迹跟踪误差

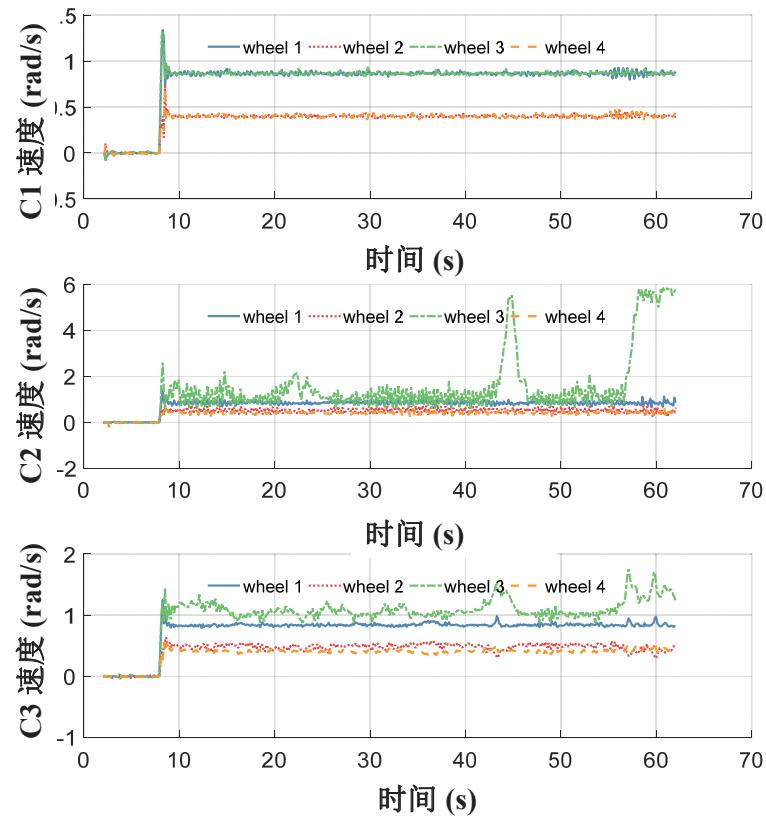


图 4.4 对比试验 I: 各车轮速度

度几乎相同，而直接动力分配控制器和提出的协调动力分配控制器 C3 同侧车轮速度会有一定差异。然而，由于缺少限制直接动力分配控制器车轮速度可能变得很大，而提出的协调动力分配控制器由于协调控制器的存在使得其获得更好性能的同时，也抑制了转速过快的问题。

#### 4.2.5.2 对比实验 II

为了验证本节提出协调动力分配控制器的控制性能及协调能力，将本节提出的协调动力分配控制器与直接动力分配控制器作比较。两种控制器跟踪 8 字型轨迹。

**C1)**: 直接运动分配控制器：即使用上述控制器设计的  $\tau_{ri1}$  作为驱动轮的驱动扭矩。控制器参数设置为： $K_k = diag[10, 10]$ , 自适应律  $\Gamma = diag[25, 25]$ 。车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为： $k_{ri} = 5.6$ , 自适应律  $\Gamma = diag[1, 0 0 0, 56]$ 。

**C2)**: 传统的直接动力分配控制器：控制器参数设置为： $\Lambda = diag[10, 10]$ 。实验中鲁棒控制率设计为  $\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}_2 \mathbf{s}$ , 其中  $\mathbf{K}_2$  表示线性反馈和鲁棒反馈的结合，该控制器参数设置为  $\mathbf{K}_2 = [5.6, 5.6]^T$ . 参数自适应率选择为  $\Gamma = diag[0, 0 56, 56]$ 。

**C3)**: 本节提出的协调动力分配控制器：控制器参数设置为： $\Lambda = diag[10, 10]$ 。实验中鲁棒控制率设计为  $\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}_2 \mathbf{s}$ , 其中  $\mathbf{K}_2$  表示线性反馈和鲁棒反馈的结合，该控制器参数设置为  $\mathbf{K}_2 = [5.6, 5.6]^T$ . 参数自适应率选择为  $\Gamma = diag[0, 0 56, 56]$ 。车轮之间的协调控参数选择为  $k_{si} = 2$ 。

表 4.2 性能指标, 对比试验 II

控制算法	$\ e_x\ _2$	$\ e_x\ _{max}$	$\ e_y\ _2$	$\ e_y\ _{max}$
C1	8.17e-4	1.8e-3	4.3e-4	1.1e-3
C2	4.23e-4	3.3e-3	4.43e-4	1.4e-3
C3	2.86e-4	1.1e-3	4.27e-4	1.1e-3

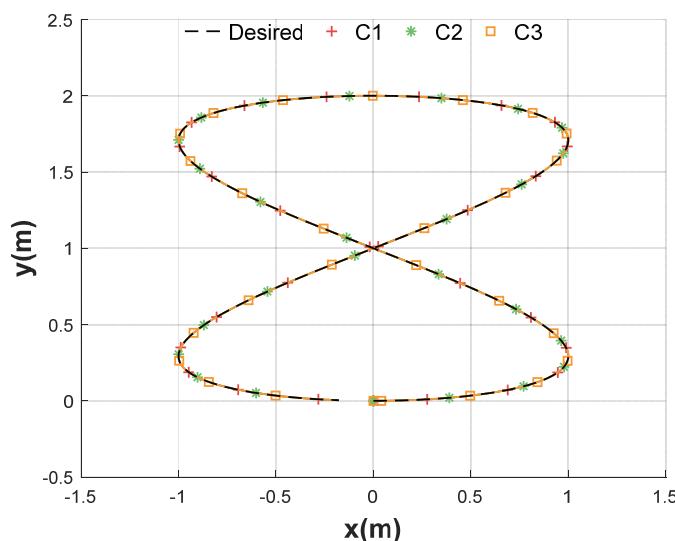


图 4.5 对比试验 II: 移动机器人运动轨迹

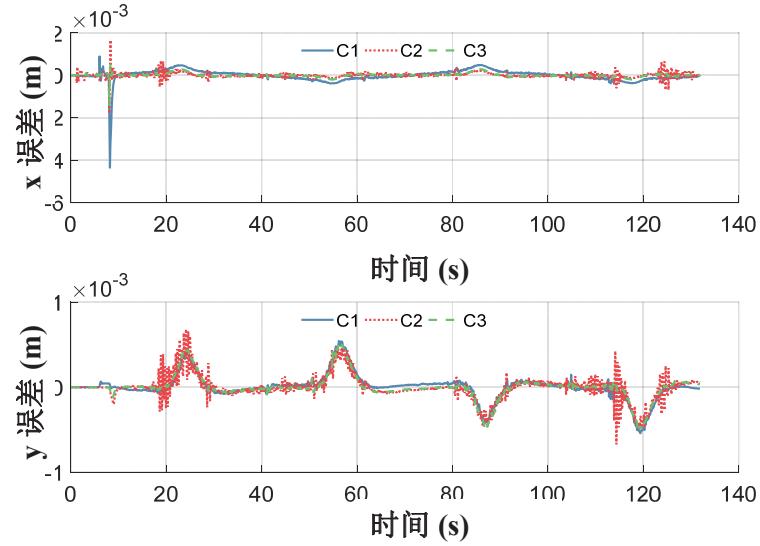


图 4.6 对比试验 II: 移动机器人轨迹跟踪误差

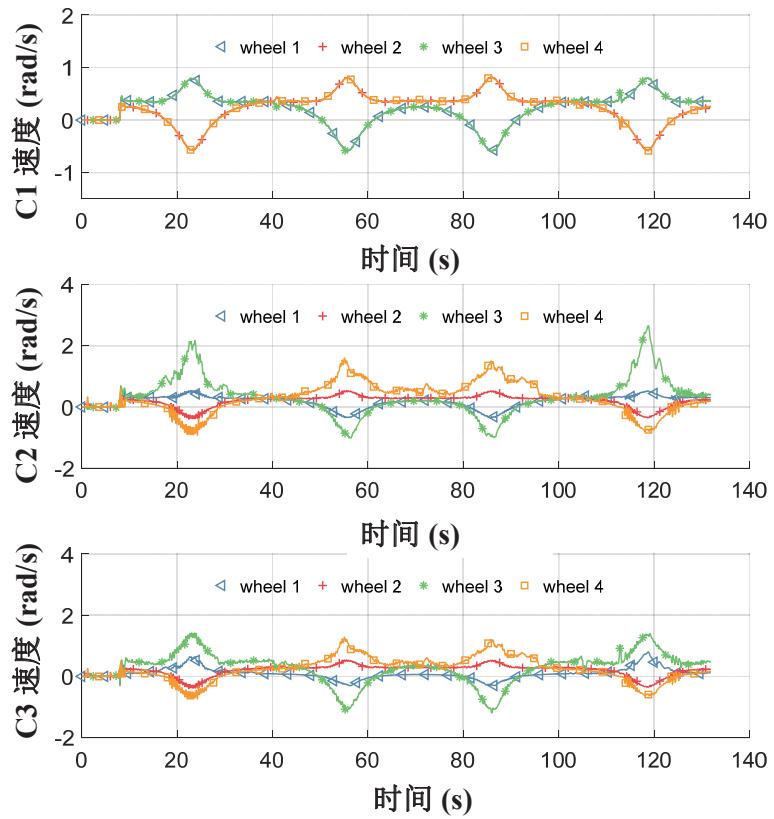


图 4.7 对比试验 II: 各车轮速度

在对比试验 II 中，移动机器人跟踪 8 字型期望轨迹。从图4.5的轨迹跟踪图可以看出，用于对比试验的控制器 C1,C2 和 C3 都能达到一定的跟踪性能。图4.6和表格4.2给出两种控制器的跟踪误差对比。从跟踪误差数据对比可以看出，提出的协调动力分配控制器相比直接动力分配控制器及运动分配控制器具有更好的性能，而且传统的直接动力分配控制器跟踪误差会有较大的波动。造成这种现象的主要原因可以视为此种控制器 C2 下，车轮

转速不稳定，进而影响车体运动，如图4.7。从图中可以看出，运动学控制器同侧车轮速度几乎相同，而直接动力分配控制器和提出的协调动力分配控制器C3同侧车轮速度会有一定差异。然而，由于缺少限制直接动力分配控制器车轮速度可能变得很大，而提出的协调动力分配控制器由于协调控制器的存在使得其获得更好性能的同时，也抑制了转速过快的问题。

### 4.3 考虑车轮/地面交互作用的自适应鲁棒协调控制策略

#### 4.3.1 问题阐述

前文介绍了冗余驱动移动平台动力分配协调控制策略，然而上述控制器设计仍然存在一些不足，比如忽略车轮动力学易导致的车轮转速过快现象。为此，本节提出了一种考虑车体动力学、车轮/地面交互作用、车轮动力学模型的三层自适应鲁棒控制器，包含车体自适应鲁棒跟踪控制器，考虑摩擦作用的动力分配及车轮滑差率控制器。

#### 4.3.2 控制器总体结构

基于车体的动力学模型，本节主要任务是设计一种冗余机器人的轨迹跟踪控策略。控制器设计面临多轮独立驱动导致的冗余特征、车轮/地面交互作用和车轮动力学等影响因素。为解决以上问题，本节提出了具有三层控制结构，包含高层自适应鲁棒控制，中层控制分配和底层车轮滑差率控制，如图4.8。a) 高层的自适应鲁棒控制器主要用于轨迹跟踪控制。通过控制器得到驱动车体的合力  $\mathbf{u}_v$ ，使得移动机器人能够跟踪期望轨迹  $\mathbf{z}_d$ 。b) 中层控制器的主要任务是处理移动机器人的冗余问题。根据上层控制器的虚拟控制输入  $\mathbf{u}_v$  得到各车轮的期望滑差率  $s_{xid}$ 。c) 底层控制器通过控制车轮转速使得车轮滑差  $s_{xi}$  能够有效跟踪来自中层控制器的期望滑差率  $s_{xid}$ 。下文详细介绍方法实现

#### 4.3.3 自适应鲁棒跟踪算法

基于冗余驱动移动平台的运动学模型(2.7)，我们应用输出重定义技术设计运动学控制器。由此，得到一个全新的方程

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_x \\ z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + L\cos(\phi) \\ y + L\sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

其中， $L$  是一个正的常数。对上述方程进行微分，我们得到

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}\mathbf{v} + \mathbf{d}_k \quad (4.35)$$

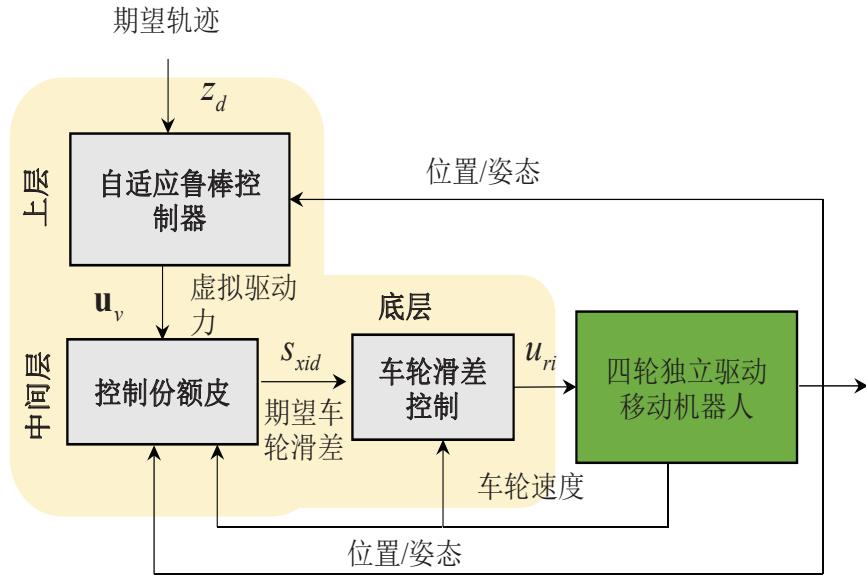


图 4.8 控制器总体结构

其中，移动机器人车体的线速度和角速度速度向量  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{d}_k$  代表包含外干扰，车体侧滑等各种不确定性， $\mathbf{T}$  定义为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -L\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & L\cos(\phi) \end{bmatrix}, \quad (4.36)$$

结合车体动力学方程 (2.7), 从而获得如下表达式

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T} \mathbf{u} + \mathbf{d}_t \quad (4.37)$$

其中，

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{T} \mathbf{M} \mathbf{T}^{-1}, \mathbf{C}_t = \mathbf{T} \mathbf{M} \dot{\mathbf{T}}^{-1}, \mathbf{d}_t = \mathbf{T} \mathbf{d}, \tilde{\Delta}_t = \mathbf{T} \tilde{\Delta} \quad (4.38)$$

上述动力学方程具有如下性质

**性质 3** 质量矩阵  $\mathbf{M}_t$  是对称的正定矩阵。

**性质 4**  $\dot{\mathbf{M}}_t - 2\mathbf{C}_t$  是斜对称矩阵。

这里引入  $\mathbf{d}_t = \Delta_t + \tilde{\Delta}_t$  表示不确定性的常值分量，于是得到如下表达式

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T} \mathbf{u} + \Delta_t + \tilde{\Delta}_t \quad (4.39)$$

根据车轮动力学 (2.6) 和滑差计算公式 (2.4), 我们可以得到如下车轮滑动动力学模型

$$\begin{aligned} \dot{s}_{xi} &= r_i \dot{\omega}_{ri} - \dot{v}_{xi} \\ &= (u_{ri} - r F_{xi} - c_{ri} \omega_{ri} - f_{ri} + d_{ri}) r_i / J_{ri} - \dot{v}_{xi} \end{aligned} \quad (4.40)$$

由此, 根据车体动力学 (4.39)、车轮/地面交互作用公式 (2.5), 和车轮滑差动力学 (4.40), 获得总体动力学模型

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & \mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}\mathbf{u} - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{d}_t + \mathbf{A}_t + \tilde{\Delta}_t \\
 (b) \quad & \mathbf{u} = [u_x, u_\phi]^T \\
 & u_x = \sum_{i=1}^4 F_{xi} \\
 & u_\phi = \sum_{i=1}^4 M_i \\
 & F_{xi} = N_i \mu S_f(s_i) \frac{s_{xi}}{s_i} \\
 & F_{yi} = N_i \mu S_f(s_i) \frac{s_{yi}}{s_i} \\
 (c) \quad & \dot{s}_{x1} = (u_{r1} - rF_{x1} - c_{r1}\omega_{r1} - A_{f1}S_f(\omega_{r1}) \\
 & + d_{r1})r_1/J_{r1} - \dot{v}_{x1} \\
 & \vdots \\
 & \dot{s}_{x4} = (u_{r4} - rF_{x4} - c_{r4}\omega_{r4} - A_{f4}S_f(\omega_{r4}) \\
 & + d_{r4})r_4/J_{r4} - \dot{v}_{x4}
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

于是可以定义一组未知参数向量  $\theta_t = [\theta_{t1}, \dots, \theta_{t4}]^T = [m, J, \Delta_x, \Delta_\phi]^T$ , 将车体动力学转变为线性回归表达。对于车轮动力学也可以用用一组参数  $\theta_{ri} = [\theta_{ri1}, \theta_{ri2}, \dots, \theta_{ri5}]^T = [J_{ri}, c_{ri}, A_f(i), A_i, d_{ri}]^T$  写成线性回归形式。实际系统中, 参数不能被精确获得的, 例如质量会因为负载发生改变, 但一般来说, 各个参数会在一定范围之内, 因此符合如下假设

**假设 4.2** 未知参数的有界集是已知的

$$\boldsymbol{\theta} \in \Omega \triangleq \{\theta : \theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max}\} \tag{4.42}$$

$$\tilde{\Delta}_\bullet \in \triangleq \{\Delta_\bullet : |\tilde{\Delta}_\bullet| \leq \delta_\Delta\} \tag{4.43}$$

其中,  $\theta_{min} = [\theta_{1min}, \dots, \theta_{6min}]^T$ ,  $\theta_{max} = [\theta_{1max}, \dots, \theta_{6max}]^T$  和  $\delta_\Delta$  是已知的。

基于上述冗余驱动移动机器人的数学描述, 我们的控制目标即设计一个控制器使得移动机器人能够尽可能好地跟踪参考轨迹。本文中  $\hat{\bullet}$  表示  $\bullet$  的估计值, 而  $\tilde{\bullet} = \hat{\bullet} - \bullet$  为参数估计误差。

**引理 4.2** 定义如下投影式自适应律

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = Proj_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\tau}) \tag{4.44}$$

其中,  $\boldsymbol{\tau}$  为自适应函数,  $\boldsymbol{\Gamma} > 0$  是正定对称矩阵。定义投影映射函数<sup>[118]</sup>  $Proj_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(\bullet) =$

$[Proj_{\hat{\theta}}(\bullet_1), \dots, Proj_{\hat{\theta}}(\bullet_3)]$  为

$$Proj_{\hat{\theta}_i}(\bullet_i) = \begin{cases} 0, & if \quad \hat{\theta}_i = \theta_{imax} \quad and \quad \bullet_i > 0 \\ 0, & if \quad \hat{\theta}_i = \theta_{imin} \quad and \quad \bullet_i < 0 \\ \bullet_i, & otherwise \end{cases} \quad (4.45)$$

那么，公式 (4.44) 具有如下特点

$$\mathbf{P1}) \quad \boldsymbol{\theta} \in \Omega \triangleq \{\boldsymbol{\theta} : \theta_{min} \leq \boldsymbol{\theta} \leq \theta_{max}\} \quad (4.46)$$

$$\mathbf{P2}) \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}(\Gamma^{-1}Proj_{\hat{\theta}}(\Gamma\boldsymbol{\eta}) - \boldsymbol{\eta}) \leq 0, \forall \boldsymbol{\eta} \quad (4.47)$$

根据以上非线性动力学模型，设计自适应鲁棒控制器，步骤如下

令  $\mathbf{z}_d(t) = [z_{xd}(t), z_{yd}(t)]^T$  表示参考轨迹，定义轨迹跟踪误差向量为  $\mathbf{e} = [e_x, e_y]^T = [z_x(t) - z_{xd}(t), z_y(t) - z_{yd}(t)]^T$ ，由此定义类滑模变量

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e} \quad (4.48)$$

其中， $\boldsymbol{\Lambda}$  是正定对称矩阵，表示反馈增益。根据如上定义得到如下误差动力学方程

$$\mathbf{M}_t \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{T}\mathbf{u} - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{z}} + \Delta_t + \tilde{\Delta}_t - \mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}}_d - \mathbf{M}_t \boldsymbol{\Lambda} \dot{\mathbf{e}} \quad (4.49)$$

上述方程的右侧可以写成线性回归的表达式

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{z}}_d + \mathbf{M}_t \boldsymbol{\Lambda} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{e}} - \Delta_t = -\boldsymbol{\varphi}^T(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, t)\boldsymbol{\theta} \quad (4.50)$$

其中， $\boldsymbol{\varphi}$  为回归向量。

基于式 (4.49)，提出如下控制率

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{u}_a + \mathbf{u}_s), \mathbf{u}_a = -\boldsymbol{\varphi}^T \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (4.51)$$

其中， $\mathbf{u}_a$  表示轨迹跟踪需要的自适应模型补偿项，而  $\mathbf{u}_s$  是接下来需要设计的鲁棒控制输入。

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_{s1} + \mathbf{u}_{s2}, \mathbf{u}_{s1} = -\mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} \quad (4.52)$$

其中， $\mathbf{u}_{s1}$  表示简单的线性反馈项，且  $\mathbf{K}_{s1}$  是一个正常数。此外，公式中的  $\mathbf{u}_{s2}$  是一个非线性反馈项，主要用于处理模型不确定性，并保证鲁棒性能，且满足如下两个条件

$$\begin{aligned} 1) \mathbf{s}^T (\mathbf{u}_{s2} - \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\Delta}_t) &\leq \epsilon_t \\ 2) \mathbf{s}^T \mathbf{u}_{s2} &\leq 0 \end{aligned} \quad (4.53)$$

其中,  $\epsilon_t$  为任意的正参数。同时设计自适应律为

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{s} \quad (4.54)$$

令  $\mathbf{e}_2 = \mathbf{u} - \mathbf{u}_v$  表示实际输入与虚拟输入的差值。定义正定函数  $V_1 = 1/2\mathbf{s}^T \mathbf{M}_t \mathbf{s}$ , 对其微分有

$$\dot{V}_1 = \mathbf{s}^T \mathbf{T} \mathbf{e}_2 + \mathbf{s}^T (\mathbf{u}_{s2} - \Psi^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{\Delta}}) - \mathbf{K} \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (4.55)$$

#### 4.3.4 控制分配层

根据公式 (4.55), 如果满足  $\mathbf{e}_2 = 0$ , 那么就可以实现轨迹跟踪控制。因此, 有必要设计控制器使得误差  $\mathbf{e}_2$  能够趋于零或者一个微小值。同时注意到移动机器人的驱动力来自于车轮/地面的交互作用, 于是可以根据虚拟输入  $\mathbf{u}_v$  求得各车轮的期望滑差率。与传统控制器相比, 本节还需要进一步考虑冗余驱动特征。为此, 本节提出了一种控制分配策略从而获得各驱动轮的期望滑差  $s_{xid}$ 。控制分配问题可以通过优化方法实现, 我们选择如下代价函数

$$J_{cost} = \sum_{i=1}^4 \frac{F_{xi}^2 + F_{yi}^2}{N_i^2} \quad (4.56)$$

同时, 满足如下约束

$$u_{xv} = \sum_{i=1}^4 F_{xi} = \sum_{i=1}^4 f_1(s_{xid}), u_{\phi v} = \sum_{i=1}^4 M_i = \sum_{i=1}^4 f_2(s_{xid}) \quad (4.57)$$

考虑到摩擦力模型, 那么上述优化问题 (4.56)(4.57) 可以写成如下表达式

$$J_{cost} = \sum_{i=1}^4 W_i \frac{(A_i \operatorname{atan}(\alpha \sqrt{s_{xid}^2 + s_{yi}^2}))}{N_i^2} \quad (4.58)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^n (N_i \mu \operatorname{atan}(\alpha \sqrt{s_{xid}^2 + s_{yi}^2}) \frac{s_{xid}}{\sqrt{s_{xid}^2 + s_{yi}^2}}) = u_{xv} \\ \sum_{i=1}^n (a_i N_i \mu \operatorname{atan}(\alpha \sqrt{s_{xid}^2 + s_{yi}^2}) \frac{s_{xid}}{\sqrt{s_{xid}^2 + s_{yi}^2}} + b_i N_i \mu \operatorname{atan}(\alpha \sqrt{s_{xid}^2 + s_{yi}^2}) \frac{s_{yi}}{\sqrt{s_{xid}^2 + s_{yi}^2}}) = u_{\phi v} \end{cases} \quad (4.59)$$

其中,  $s_{yi}$  表示每个车轮的侧向相对滑动。于是, 可以通过优化策略获得车轮纵向期望滑动速度  $s_{xid}$ 。进而, 公式 (4.55) 可以写成如下

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \mathbf{p}^T \mathbf{T} \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}^T (\mathbf{u}_{s2} - \Psi^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{\Delta}}) - \mathbf{K} \mathbf{p}^T \mathbf{p} \\ &= \mathbf{p}^T \mathbf{T} \left[ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^4 (f_1(s_{xi}) - f_1(s_{xid})) \\ \sum_{i=1}^4 (f_2(s_{xi}) - f_2(s_{xid})) \end{array} \right] \\ &\quad + \mathbf{p}^T (\mathbf{u}_{s2} - \Psi^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{\Delta}}) - \mathbf{K} \mathbf{p}^T \mathbf{p} \end{aligned} \quad (4.60)$$

根据中值定理，存在  $\eta_{1i}$  和  $\eta_{2i}$  使得

$$\begin{aligned} f'_1(\eta_{1i})(s_{xi} - s_{xid}) &= f_1(s_{xi}) - f_1(s_{xid}) \\ f'_2(\eta_{2i})(s_{xi} - s_{xid}) &= f_2(s_{xi}) - f_2(s_{xid}) \end{aligned} \quad (4.61)$$

由此，公式 (4.60) 可以写成如下表达式

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \mathbf{p}^T \mathbf{T} \left[ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^4 f'_1(\eta_{1i})(s_{xi} - s_{xid}) \\ \sum_{i=1}^4 f'_2(\eta_{2i})(s_{xi} - s_{xid}) \end{array} \right] \\ &\quad + \mathbf{p}^T (\mathbf{u}_{s2} - \Psi^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\Delta}) - \mathbf{K} \mathbf{p}^T \mathbf{p} \end{aligned} \quad (4.62)$$

### 4.3.5 车轮滑差控制

令  $e_{ri} = s_{xi} - s_{xid}$  表示输入误差。由公式 (4.62)，可知  $e_{ri}$  等于 0 时，系统稳定。因此，本节设计控制器使得  $e_{ri}$  趋于 0 或者一个微小值。我们有车轮滑差动力学

$$\begin{aligned} J_{ri}/r\dot{e}_{ri} &= u_{ri} - rF_{xi} + d_{ri} - c_{ri}\omega_{ri} - A_{fi}S_f(\omega_{ri}) \\ &\quad - (\dot{v}_{xi} + \dot{s}_{xid})J_{ri}/r \end{aligned} \quad (4.63)$$

以上公式可以写成线性回归形式

$$\begin{aligned} &(\dot{v}_{xi} + \dot{s}_{xid})/r\theta_{ri1} + \omega_{ri}\theta_{ri2} + S_f(\omega_{ri})\theta_{ri3} \\ &+ rS_f(s_{xi})\theta_{ri4} - \theta_{ri5} = -\boldsymbol{\phi}_{ri}^T \boldsymbol{\theta}_{ri} \end{aligned} \quad (4.64)$$

其中， $\boldsymbol{\phi}_{ri}$  定义为

$$\boldsymbol{\phi}_{ri} = [-(\dot{v}_{xi} + \dot{s}_{xid})/r, -\omega_{ri}, -S_f(\omega_{ri}), -rS_f(s_{xi}), 1]^T \quad (4.65)$$

为了设计自适应鲁棒控制器，首先定义一个正定函数  $V$

$$V = V_1 + 1/2 \sum_{i=1}^n (J_{ri}/r e_{ri}^2) \quad (4.66)$$

那么，对以上函数求导，我们得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_{1|\mathbf{u}_v} + \mathbf{p}^T \mathbf{T} \left[ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^4 f'_1(\epsilon_{1i})e_{ri} \\ \sum_{i=1}^4 f'_2(\epsilon_{2i})e_{ri} \end{array} \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^4 e_{ri}(u_{ri} + \boldsymbol{\phi}_{ri}^T \boldsymbol{\theta}_{ri} + \tilde{d}_{ri}) \\ &= \dot{V}_{1|\mathbf{u}_v} + \sum_{i=1}^4 e_{ri} \left\{ \mathbf{p}^T \mathbf{T} \left[ \begin{array}{l} f'_1(\epsilon_{1i}) \\ f'_2(\epsilon_{2i}) \end{array} \right] \right. \\ &\quad \left. + u_{ri} + \boldsymbol{\phi}_{ri}^T \boldsymbol{\theta}_{ri} + \tilde{d}_{ri} \right\} \end{aligned} \quad (4.67)$$

基于公式(4.67), 提出如下车轮控制率

$$u_{ri} = u_{ria} + u_{ris} \quad u_{ria} = -\boldsymbol{\phi}_{ri}^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{ri} \quad (4.68)$$

其中,  $u_{ria}$  表示模型补偿项,  $u_{ris}$  表示鲁棒反馈项, 且包含如下两部分

$$u_{ris} = u_{ris1} + u_{ris2}, u_{ris1} = -k_{ris1} e_{ri} \quad (4.69)$$

其中,  $u_{ris1}$  表示线性反馈项,  $u_{ris2}$  表示非线性反馈项, 且满足如下条件

$$\begin{aligned} 1) \quad & e_{ri}(u_{ris2} - \boldsymbol{\phi}_{ri}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{ri} + \tilde{d}_{ri}) \leq \epsilon_{ri} \\ 2) \quad & e_{ri} u_{ris2} \leq 0 \end{aligned} \quad (4.70)$$

不确定参数自适应律为

$$\tau_{ri} = -\boldsymbol{\phi}_{ri} e_{ri} \quad (4.71)$$

由以上设计的自适应鲁棒控制器及自适应函数能够取得如下理论结果

**定理4.2** 采用自适应鲁棒控制器(4.68)及自适应率(4.71), 可以保证系统确定的瞬态性能和稳态性能:

**A.** 总体来讲, 系统的控制输入和所有状态信号都是有界的, 且有

$$V(t) \leq \exp(-\lambda t)V(0) + \frac{\epsilon}{\lambda}[1 - \exp(-\lambda t)] \quad (4.72)$$

其中,  $\lambda = \min\{2\sigma_{min}(\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}, k_{ris1, i=1,2,3,4})\}$ ,  $\sigma_{min}$  表示矩阵的最小特征值,  $\epsilon = \epsilon_t + \sum_{i=1}^4 \epsilon_{ri}$

**B.** 假如在有限的时间  $t_0$  后系统只存在参数不确定性(即满足  $\tilde{\Delta}_t = 0, \forall t \geq t_0$ ), 那么在 A. 中所述结论基础上, 系统还能够实现稳态误差为零的渐进跟踪, 即当  $t \rightarrow \infty$  时使得  $e_{ri} \rightarrow 0$

**证明** 由自适应鲁棒控制率(4.51), (4.66) 定义的函数  $V(t)$  的导数

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \mathbf{s}^T (\mathbf{T}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\theta} + \tilde{\Delta}_t) \\ &= \mathbf{s}^T (-\mathbf{K}_{s1}\mathbf{s} + \mathbf{u}_{s2} - \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\Delta}_t) \\ &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1}\mathbf{s} + \mathbf{s}^T (\mathbf{u}_{s2} - \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\Delta}_t) \\ &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1}\mathbf{s} + \epsilon_t \\ &\leq -\lambda V(t) + \epsilon_t \end{aligned} \quad (4.73)$$

于是通过比较引理可以推出

$$V(t) \leq \exp(-\lambda t)V(0) + \frac{\epsilon_t}{\lambda}[1 - \exp(-\lambda t)] \quad (4.74)$$

以上推导过程验证了定理4.2的**A.**部分内容。现在考虑定理4.2的**B.**, 当  $\tilde{\Delta}_t = 0, \forall t \geq t_0$ , 选择一下正定函数

$$V_a = V(t) + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta} \quad (4.75)$$

由鲁棒性能条件 (4.54) 和公式 (4.47), 上式 (4.75) 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \mathbf{s}^T (\mathbf{T}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\theta} + \tilde{\Delta}_t) + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} + \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \text{Proj}_{\hat{\theta}}(\dot{\tilde{\theta}}) \\ &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} - \tilde{\theta}^T (\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} - \boldsymbol{\varphi} \mathbf{s}) \leq -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{s1} \mathbf{s} \end{aligned} \quad (4.76)$$

由于所有的信号都是有界的, 容易验证  $\dot{s}$  也是有界且连续一致的。根据 Barbalat's 定理, 容易验证定理4.2的**B.**, 证毕。

#### 4.3.6 对比实验研究

本节的对比实验研究均在图3.2所示由浙江国自机器人和浙江大学共同研制的一款四轮独立驱动移动平台完成并取得实验数据。实验系统配置及参数如 2.1 节所示。车体的控制器采样周期设置为  $0.012s$ , 车体的运动轨迹通过车载陀螺仪和车轮编码器估计而得。为了验证提出控制器的效果, 测试以下跟踪控制实验。同时, 为了尽可能保证实验对比的公平性, 测试在同一地面进行。

**C1): 直接运动分配控制器:** 即使用上述控制器设计的  $\tau_{ri1}$  作为驱动轮的驱动扭矩。控制器参数设置为:  $K_k = \text{diag}[10, 10]$ , 自适应律  $\Gamma = \text{diag}[25, 25]$ 。车轮的自适应鲁棒控制器参数设置为:  $k_{ri} = 5.6$ , 自适应律  $\Gamma = \text{diag}[1, 0 0 0, 56]$ 。

**C2): 传统的直接动力分配控制器:** 控制器参数设置为:  $\Lambda = \text{diag}[10, 10]$ 。实验中鲁棒控制率设计为  $\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}_2 \mathbf{s}$ , 其中  $\mathbf{K}_2$  表示线性反馈和鲁棒反馈的结合, 该控制器参数设置为  $\mathbf{K}_2 = [5.6, 5.6]^T$ 。参数自适应率选择为  $\Gamma = \text{diag}[0, 0 56, 56]$ 。

**C3): 本节提出的协调动力分配控制器:** 控制器参数设置为:  $\Lambda = \text{diag}[10, 10]$ 。实验中鲁棒控制率设计为  $\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}_2 \mathbf{s}$ , 其中  $\mathbf{K}_2$  表示线性反馈和鲁棒反馈的结合, 该控制器参数设置为  $\mathbf{K}_2 = [5.6, 5.6]^T$ 。参数自适应率选择为  $\Gamma = \text{diag}[0, 0 56, 56]$ 。车轮之间的协调控参数选择为  $k_{si} = 2$ 。

#### 4.3.6.1 对比实验 I

通过跟踪圆形轨迹测试控制器的性能。

$$\mathbf{z}_d = \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 * \cos(0.1t - \pi/2) \\ 1 * \sin(0.1t - \pi/2) + 1 \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

引入一下指标对控制器性能进行量化对比：

- 1)  $\|e_x\|_{rms}, \|e_y\|_{rms}$ , 表示轨迹跟踪误差的均方根值, 用于描述车体的跟踪性能;
- 2)  $\|e_x\|_{max}, \|e_y\|_{max}$ , 表示轨迹跟踪的最大误差, 用于描述控制器性能。

表 4.3 性能指标, 对比试验 I

控制算法	$\ e_x\ _2$	$\ e_x\ _{max}$	$\ e_y\ _2$	$\ e_y\ _{max}$
C1	2.47e-4	3.7e-3	1.00e-4	2.40e-4
C2	1.15e-4	1.4e-3	1.06e-4	3.47e-4
C3	8.61e-5	1.2e-3	5.84e-5	2.40e-4

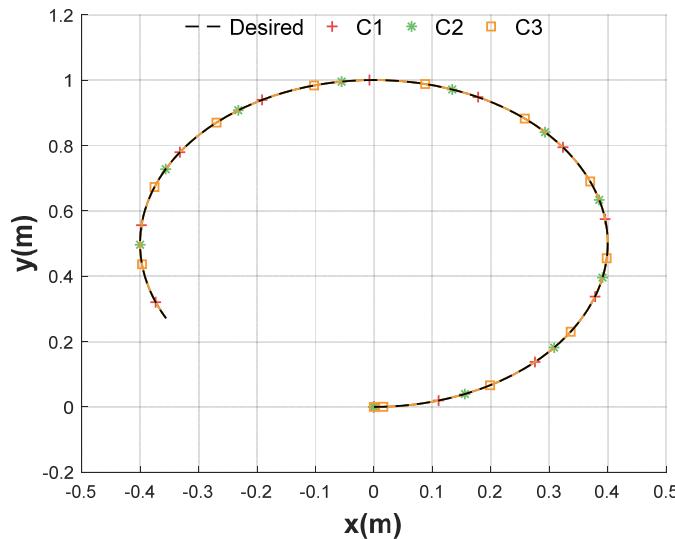


图 4.9 对比实验 I: 移动机器人运动

不同控制器的对期望圆形轨迹的跟踪效果见图4.9, 从图中可以看出提出的控制器能够很好地完成圆形轨迹的跟踪任务。轨迹跟踪误差见图 4.10, 并且使用跟踪误差的均方根值量化不同控制器的跟踪性能, 如表格4.3。从以上跟踪误差图形及表格, 我们可以推断出提出的控制器 **C3**比控制器 **C1** 和 **C2**具有更好的跟踪控制性能。此外, 如图4.11给出了不同控制器在轨迹跟踪过程中的驱动轮速度。从图中可以看出, 控制器 **C1** 和提出的多层次控制器 **C3**同侧车轮转速几乎相同, 而控制器 **C2** 车轮转速却各自不同。对于控制器 **C1**,

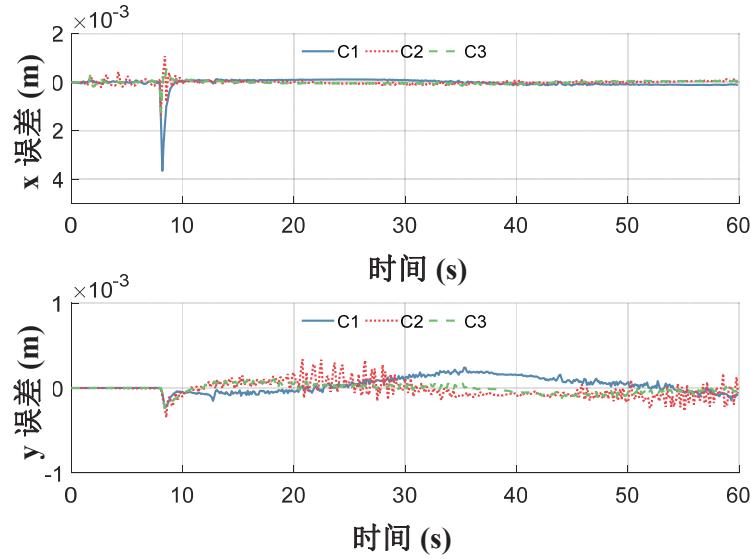


图 4.10 对比实验 I: 移动机器人轨迹跟踪误差

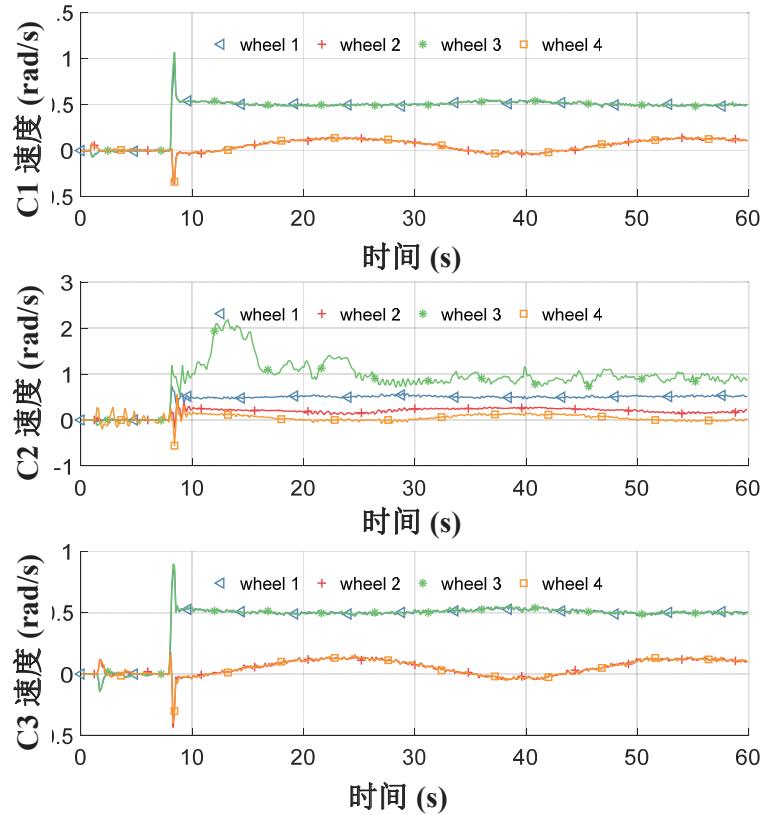


图 4.11 对比实验 I: 各车轮速度

通过简单的运动分配算法得到车轮的期望速度，并使用 PID 控制器跟踪期望速度，故而这类控制器车轮速度差异很小。与控制器 **C1** 相比，提出的控制器虽然不是运动分配，但根据上层期望力矩和期望推进力，分配得到车轮的滑差率，所以同侧车轮速度差距也会非常小。至于控制器 **C2**，我们却发现了一个不期望出现的现象车轮速度各自差异大，并且其中一个车轮转速会变得非常大。造成这类现象的主要原因是车轮驱动力直接分

配得到的同侧电机驱动力相同，然而实际过程中每个车轮的摩擦力都会有一定差异。

#### 4.3.6.2 对比实验 II

通过跟踪 8 字型轨迹测试控制器的性能。

$$\mathbf{z}_d = \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(0.1t - \pi/2) \\ \sin(0.05t - \pi/2) + 0.5 \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

引入一下指标对控制器性能进行量化对比：

- 1)  $\|e_x\|_{rms}, \|e_y\|_{rms}$ , 表示轨迹跟踪误差的均方根值, 用于描述车体的跟踪性能;
- 2)  $\|e_x\|_{max}, \|e_y\|_{max}$ , 表示轨迹跟踪的最大误差, 用于描述控制器性能。

表 4.4 性能指标, 对比试验 II

控制算法	$\ e_x\ _2$	$\ e_x\ _{max}$	$\ e_y\ _2$	$\ e_y\ _{max}$
C1	4.09e-4	4.4e-3	2.17e-4	5.45e-4
C2	2.11e-4	1.8e-3	2.21e-4	6.82e-4
C3	1.42e-4	1.4e-3	2.13e-4	5.29e-4

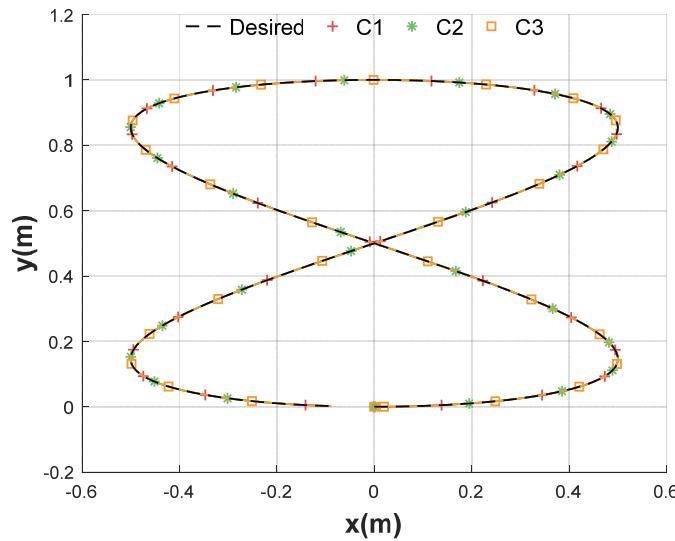


图 4.12 对比实验 II: 移动机器人运动轨迹

进一步地, 不同控制器的对期望 8 字型轨迹的跟踪效果见图4.12, 从图中可以看出提出的控制器能够很好地完成 8 字型轨迹的跟踪任务。轨迹跟踪误差见图 4.13, 并且使用跟踪误差的均方根值量化不同控制器的跟踪性能, 如表格4.4。从以上跟踪误差图形及表格, 我们可以推断出提出的控制器 **C3**比控制器 **C1** 和 **C2**具有更好的跟踪控制性能。此外, 如

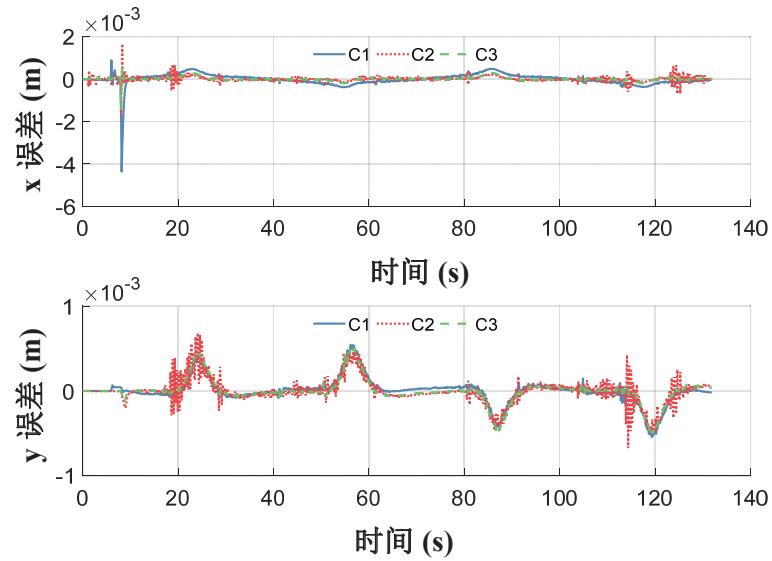


图 4.13 对比实验 II: 移动机器人轨迹跟踪误差

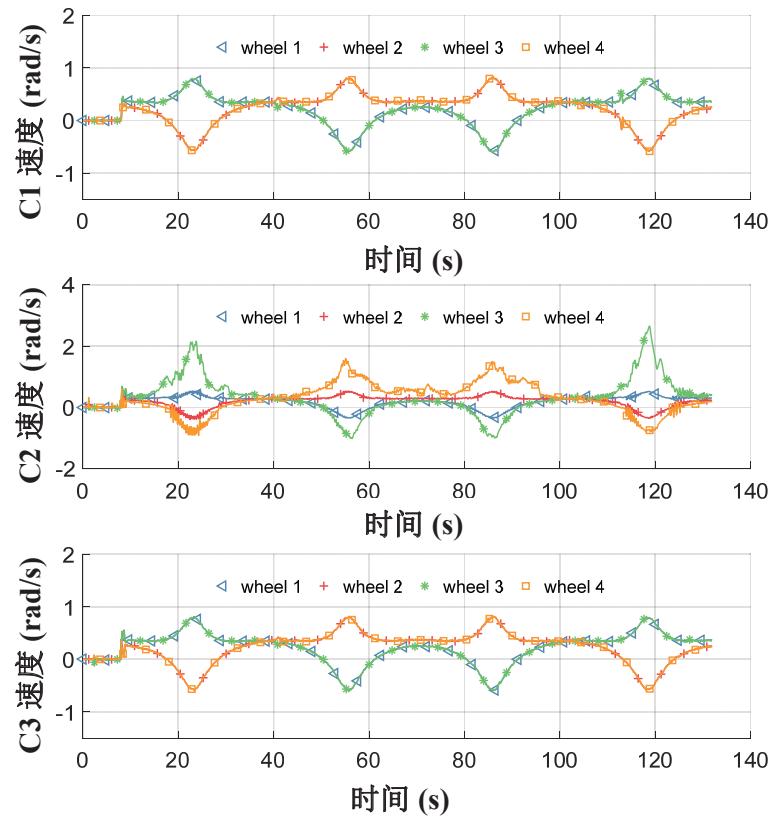


图 4.14 对比实验 II: 各车轮速度

图4.14给出了不同控制器在轨迹跟踪过程中的驱动轮速度。以上的控制效果图，表明提出的控制器不仅能够取得更好的轨迹跟踪控制性能也能很好处理移动机器人的冗余驱动问题。

#### 4.4 本章小结

1、针对冗余驱动移动平台，基于本文所建立的动力学模型，提出通过在线准确参数自适应以及实时模型补偿处理系统参数不确定性，同时结合鲁棒控制保证鲁棒性能的控制方案，进一步实现车轮驱动力的协调分配，以抑制在车轮转速过快的情况，设计了协调动力分配自适应鲁棒控制器。通过实验对比，验证了所提控制方法可保证移动机器人的精确跟踪。

2、考虑到现有运动学控制器无法考虑车轮动力学及传统动力分配控制器会导致无法兼顾车轮运动的问题，在所提出的动力学模型基础上，分析车轮/地面交互作用，冗余驱动对车体运动的影响规律，设计三层结构自适应鲁棒控制器。通过实验对比，验证了所提出的控制器可保证系统地精确跟踪，也能够有效处理冗余驱动的分配问题及车轮/地面的交互作用。

## 第5章 移动机械臂高冗余自由度下的运动规划

**摘要：**本章提出了移动机械臂一体化运动规划方法，该方法考虑了移动机械臂末端执行器约束、移动机械臂避障、关节角运动限制等因素，能够规划出一条移动机械臂运动轨迹，有效解决了移动机械臂高冗余自由度下的运动规划问题。移动机械臂一体化运动规划主要包含三部分内容：代价函数、约束描述、运动规划算法。本文将移动平台移动距离和各关节角运动角度构成的最短路径函数作为运动规划的代价函数；建立移动机械臂目标状态的等式约束条件，包含构形空间的约束和任务空间的约束；移动机械臂的避障和关节角运动限制用不等式约束描述；采用基于优化的方法实现移动机械臂的一体化运动规划。

### 5.1 引言

针对多系统耦合特性，移动机械臂整体运动不能仅仅单独研究各独立子系统（移动平台或机械臂）的规划，需要对移动机械臂进行一体化规划，使其能以更高效率、更低能耗执行任务。首先，根据任务需求或者目标点，确立以路径最短等规划目标函数。其次，基于实验室的移动机械臂确定约束条件：各个关节的转动范围等，保证规划出可行的运动轨迹；确定机械臂和障碍物的几何描述方法，比如圆柱体，球体，或者网格等方法，因此得到移动机械臂各刚体与所有障碍物之间距离的计算方法，从而确立移动机械臂无碰撞的安全约束；确定移动机械臂目标状态下的等式约束，包含在构形空间和任务空间下的约束描述。经过以上几步分析，我们可以得到运动规划问题的数学描述形式，包括目标函数和约束集。考虑移动机械臂的结构特征，其约束条件通常具有很强的非凸性，需充分利用约束函数的数学性质和物理意义，提出一套高效的运动规划方法。

### 5.2 问题提出

基于第二章建立的移动机械臂坐标系统和运动学模型，本章的运动规划算法的主要目的是产生轨迹  $\mathbf{x}$ ，使得移动机械臂能从初始状态  $\mathbf{q}_{int}$  到达目标状态  $\mathbf{q}_{tar}$ 。而移动机械臂的运动轨迹可以定义为  $h \times N$  维的向量  $\mathbf{x} = [\mathbf{q}_0^T, \mathbf{q}_1^T, \dots, \mathbf{q}_h^T]^T$ ，其中  $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_v^T, \mathbf{q}_m^T]^T$  包含移动平台和机械臂的状态， $h$  表示规划产生的时间点， $N$  表示移动机械臂的运动自由度（包括移动平台和机械臂两个子系统）。本文将移动机械臂的一体化运动规划问题描述为一类

具有不同等式约束和不等式约束的优化问题。等式约束主要包含末端执行器的需要到达的位置或者移动机械臂的构形，不等式约束主要有机械臂关节的运动限制、稳定性和避障问题。

优化目标或者代价函数用移动平台及机械臂各关节角运动距离的二次方表示最短路径

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{h-1} (\mathbf{q}_{t+1} - \mathbf{q}_t)^2 \quad (5.1)$$

定义  $\mathbf{e}$  表示移动机械臂的初始构形， $\mathbf{e} = [\mathbf{q}_0^T, 0, \dots, 0]^T \in \mathbf{R}^{h \times N}$ ，并且定义微分算子  $\mathbf{K}$  为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} I_N & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -I_N & I_N & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -I_N & I_N & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -I_N & I_N \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

基于以上公式 (5.1) 和 (5.2)，代价函数可以重新写成

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \| \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{e} \|^2 = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{K} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{e} \quad (5.3)$$

其中， $\mathbf{A} = \mathbf{K}^T \mathbf{K}$  表示代价函数的 Hessian。因此，移动机械臂的一体化运动规划可以描述为公式 (5.4) 的非凸优化问题，得到一个局部最优解  $\mathbf{x}$ ，使得移动机械臂能够在障碍物、稳定性和关节约束下，协调移动平台和机械臂运动，使得移动机械臂从初始状态到达目标状态。

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) \\ & s.t. \\ & g_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1, 2, \dots, n_g \\ & c_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, 2, \dots, n_c \end{aligned} \quad (5.4)$$

### 5.3 约束分析

实际应用中，运动规划不仅仅要实现从初始状态到目标状态的轨迹生成，也要考虑移动机械臂运动过程中的不同约束，比如稳定性、避障、关节角运动限制和末端执行器的状态。这一节，我们将给出移动机械臂运动规划的各种约束。

### 5.3.1 关节角约束

相比于移动平台，移动机械臂在运动规划时需要考虑存在的关节角约束，每个关节角并不能无限旋转都限制在一定范围之内。此类限制，可以用如下公式描述

$$\theta_{imin} \leq \theta_i \leq \theta_{imax}, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (5.5)$$

其中， $\theta_{imin}$  表示移动机械臂第  $i$  个关节角的运动下限； $\theta_{imax}$  表示移动机械臂第  $i$  个关节角的运动上限。注意到在所有的时刻上述限制都应该满足，因此，我们可以得到如下关节角约束描述

$$\boldsymbol{\theta}_{min} \leq \mathbf{q}_t^m \leq \boldsymbol{\theta}_{max}, t = 1, 2, \dots, h \quad (5.6)$$

其中， $\boldsymbol{\theta}_{min} = [\theta_{1min}, \theta_{2min}, \dots, \theta_{nmin}]^T$ ,  $\boldsymbol{\theta}_{max} = [\theta_{1max}, \theta_{2max}, \dots, \theta_{nmax}]^T$ 。上述公式表示，移动机械臂的  $n$  个机械臂运动关节从时刻 1 到时刻  $h$  都要满足关节角约束。考虑到移动机械臂状态的向量  $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_v^T, \mathbf{q}_m^T]^T$ ，上述的约束可以写成如下表达式

$$\mathbf{C}_{min}^t \mathbf{q}_t + \boldsymbol{\theta}_{min} \leq 0, \mathbf{C}_{max}^t \mathbf{q}_t + \boldsymbol{\theta}_{max} \leq 0, t = 1, 2, \dots, h \quad (5.7)$$

其中， $\mathbf{C}_{min}^t \mathbf{q} = [0, -I_{n \times n}]$  and  $\mathbf{C}_{max}^t \mathbf{q} = [0, I_{n \times n}]$ 。上式可以写成如下表达式

$$\mathbf{C}_{min} \mathbf{x} + \boldsymbol{\theta}_{min} \leq 0, \mathbf{C}_{max} \mathbf{q}_t - \boldsymbol{\theta}_{max} \leq 0 \quad (5.8)$$

其中， $\mathbf{C}_{min} = diag[\mathbf{C}_{min}^t], \mathbf{C}_{max} = diag[\mathbf{C}_{max}^t]$ 。经过以上公式的推导，移动机械臂的关节角约束用不等式约束描述。

### 5.3.2 目标约束

通常，在运动规划之前需要给移动机械臂设定一个目标，而目标一般可以分为两类：

a) 目标状态用关节空间描述，即移动机械臂到达目标的位置及各关节角都是已知的； b) 给出任务空间的目标状态，即仅仅给出移动机械臂末端执行器需要到达的位姿。这一节将分别从以上两种目标状态类型分析移动机械臂目标状态等式约束的表达式。

a) 关节空间下的目标状态：移动机械臂在时刻  $h$  时的各关节角  $\mathbf{q}_h$  与设定的目标状态  $\mathbf{q}_{tar}$  相等。由此，我们可以得到如下数学表达式

$$\mathbf{q}_h = \mathbf{q}_{tar} \quad (5.9)$$

其中， $\mathbf{q}_h$  表示移动机械臂在关节空间下的终点状态， $\mathbf{q}_{tar}$  表示移动机械臂期望的关节空间状态。由此，上述表达式可以写成下方程

$$\mathbf{C}_{goal} \mathbf{x} - \mathbf{q}_{goal} = 0 \quad (5.10)$$

其中  $\mathbf{C}_{goal} = [0_{N \times (h \times N - N)}, I_{N \times N}]$ 。上述等式方程就是移动机械臂在关节空间下的目标约束表达式。

b) 任务空间下的目标状态：对于绝大多数情况下，移动机械臂需要实现目标的抓取的任务或者末端执行器到达一定位姿。由此，这类约束可以看成终端时刻的末端执行器的位姿与期望位姿相等。首先，根据第二章的运动学分析，我们可以得到终端时刻末端执行器的齐次方程

$${}^W_{end}\mathbf{T}(\mathbf{q}_h) = \begin{bmatrix} {}^W_{end}\mathbf{R} & {}^W_{end}\mathbf{o}_{end} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

那么，末端执行器相对于世界坐标系的 RPY 角为

$${}^W\omega_{end} = \begin{bmatrix} \text{atan2}({}^W_{end}\mathbf{R}_{32}, {}^W_{end}\mathbf{R}_{33}) \\ -\arcsin({}^W_{end}\mathbf{R}_{31}) \\ \text{atan2}({}^W_{end}\mathbf{R}_{21}, {}^W_{end}\mathbf{R}_{11}) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

因此，可以得到描述末端执行器位姿的 6 维的向量

$$\mathbf{pose}_{end} = \begin{bmatrix} {}^W_{end}\mathbf{o}_{end} \\ {}^W\omega_{end} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

任务空间下的目标状态约束等效为末端执行器位姿与期望位姿相同，即

$$\mathbf{pose}_{end}^t = \mathbf{pose}_{goal}^t, t = 1, 2, \dots, h \quad (5.14)$$

注意到公式 (5.14) 是一个非线性方程，通常运动规划需要针对非线性约束进行线性化，由此应用泰勒定理，我们得到

$${}^W_{end}J(\mathbf{q}_t)\delta q_t + \mathbf{pose}_{end}^t(\mathbf{q}_t) - \mathbf{pose}_{goal}^t = 0, t = 1, 2, \dots, h \quad (5.15)$$

其中， ${}^W_{end}J(\mathbf{q}_t)$  是雅各比矩阵，由公式 (2.12) 计算得到。

上述公式就是移动机械臂在关节空间和任务空间下目标状态的约束方程，即运动规划方程 (5.4) 中的等式约束。

### 5.3.3 碰撞检测

这一节主要描述了无碰撞的约束方程，使得运动规划算法能够生成一条对所有时刻都无碰撞的轨迹。

1) 移动机械臂的简化几何模型：众所周知，移动机械臂的车体可以看成由无数的点构成。移动机械臂与障碍物之间的距离就可以通过计算移动机械臂表面的点与障碍物的

点的距离得到。其中，障碍物的点可以通过不同的传感途径获得其相对于世界坐标系的坐标，移动机械臂上的点的坐标可以通过移动机械臂特定时刻的构形计算得到。然而，由于移动机械臂上的点数量是无穷，上述的移动机械臂与障碍物之间的距离计算方法将会非常耗时，也因此变得不可行。为了简化整个检测过程，移动机械臂可以看出通过简单的几何图形构成，比如球型，圆柱体等。我们采用简单的球形对移动机械臂进行近似，如图所示。通过这种简化方法，障碍物与移动机械臂之间的距离就可以通过计算到移动机械臂上各球体球心的距离得到。因此，基于上述的移动机械臂几何表示方法，无碰撞的运动规划方法就是生成一条轨迹  $\mathbf{x}$ ，使得在每个时刻移动障碍物距离移动机械臂近似球体表面的距离都大于设定的安全距离  $d_{safe}$ 。

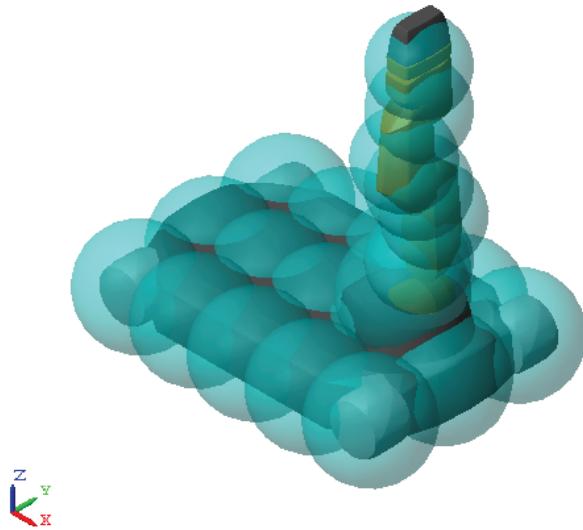


图 5.1 移动机械臂的简化模型图

2) 无碰撞约束令  $S \in \mathbf{R}^3$  表示移动机械臂上球体的标签， $B \in \mathbf{R}^3$  表示障碍物标签。用下标表示集合中的点。那么球体中心距离障碍物之间的距离可以表示为

$$d(S_i, B_j) = \| S_i - B_j \| \quad (5.16)$$

由此，无碰撞约束可以描述为如下表达式

$$\begin{aligned} d(S_i, B_j)_t &\geq d_{safe}, \forall t, t = 1, 2, \dots, h \\ \forall i, i &= 1, 2, \dots, N_{sphere} \\ \forall j, j &= 1, 2, \dots, N_{obstacle} \end{aligned} \quad (5.17)$$

上式表示移动机械臂所有时刻，球体上任意点距离所有障碍物之间的距离都要大于安全距离。那么无约束碰撞方程就可以用移动机械臂在每个时刻距离障碍物的距离最短的点

都应该大于安全距离。因此，需要求得所有时刻距离障碍物距离最短时所对应的移动机械臂球体和障碍物的下标。

$$\begin{aligned} d_s(S_{is}, B_{js})_t &= \min \quad d(S_i, B_j)_t, t = 1, 2, \dots, h \\ i &= 1, 2, \dots, N_{sphere} \\ j &= 1, 2, \dots, N_{obstacle} \end{aligned} \quad (5.18)$$

其中， $d_s(S_{is}, B_{js})_t$  表示在  $t$  时刻移动机械臂与障碍之间的最短距离； $is$  表示在该  $t$  时刻距离最短时，移动机械臂球体的序号； $js$  表示距离最短时障碍物的序号。许多排序方法可以求得最短距离及其标号。从上图5.1可以看出，在实际运动过程中，每个球体的相对于世界坐标系的坐标是随着移动机械臂的状态改变而改变的。通常，他们的相对于其连杆的局部坐标系是已知的。为此，计算移动机械臂相对于障碍物的距离可以表示为

$$\begin{aligned} d_s(\mathbf{q}_t) &= \|{}^W S_{is} - {}^W B_{js} \| = \sqrt{({}^i \mathbf{T}(\mathbf{q}_t)^i S_{is} - B_{js})} \\ t &= 1, 2, \dots, h \end{aligned} \quad (5.19)$$

其中， ${}^i S_{is}$  表示球体相对于局部坐标系  $\{i\}$  的坐标值，通常是一个固定的值。那么，无碰撞约束可以写成如下表达式

$$\begin{aligned} d_s(\mathbf{q}_t) &= \sqrt{({}^i \mathbf{T}(\mathbf{q}_t)^i S_{is} - B_{js})} \geq d_{safe} \\ t &= 1, 2, \dots, h \end{aligned} \quad (5.20)$$

注意到无碰撞约束是一个非线性不等式方程，为了方便运动规划，上式需要进行线性化。参考式(5.20)，我们可以得到如下梯度方程

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{q}_t} d_s(\mathbf{q}_t) &= ({}^i \mathbf{T}(\mathbf{q}_t)^i S_{is} - B_{js})^T J_v^{S_{is}}(\mathbf{q}_t) \\ t &= 1, 2, \dots, h \end{aligned} \quad (5.21)$$

其中， $J_v^p(\mathbf{q}_t)$  表示  $S_{is}$  所对应点的雅各比矩阵，可以通过运动学分析求得。于是，无碰撞约束在  $\tilde{\mathbf{q}}_t$  的线性展开为

$$\begin{aligned} d_s(\mathbf{q}_t) &\approx d_s(\tilde{\mathbf{q}}_t) + \nabla_{\mathbf{q}_t} d_s(\mathbf{q}_t)|_{\tilde{\mathbf{q}}_t} (\mathbf{q}_t - \tilde{\mathbf{q}}_t) \geq d_{safe} \\ t &= 1, 2, \dots, h \end{aligned} \quad (5.22)$$

上述表达式求得了移动机械臂运动规划时所需满足的无碰撞约束方程。

### 5.3.4 稳定性约束

为了进一步考虑移动机械臂的稳定性，我们采用 ZMP 判定方法。ZMP 法定义为所有外作用力动量和为零的点。如果 ZMP 在移动平台车轮/地面接触点构成的范围之内，那

么移动机械臂是稳定的。ZMP 可以通过以下公式计算

$$\begin{aligned}x_{zmp} &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_{mi}}{\sum_{i=1}^n m_i} \\y_{zmp} &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_{mi}}{\sum_{i=1}^n m_i}\end{aligned}\quad (5.23)$$

其中,  $(x_{zmp}, y_{zmp}, 0)$  表示 ZMP 的坐标,  $n$  表示刚体个数,  $m_i$  表示各连杆质量,  $(x_{mi}, y_{mi}, z_{mi})$  表示各刚体的笛卡尔坐标, 如图5.2。移动机械臂为了保持稳定, 我们先定义稳定区域,

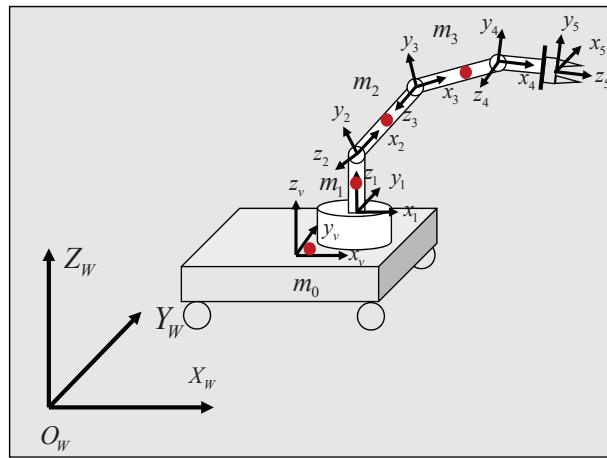


图 5.2 移动机械臂的质心分布

如图5.3 从图中可以看出, 移动机械臂保持稳定必须满足其 ZMP 坐标在图中所构成区域

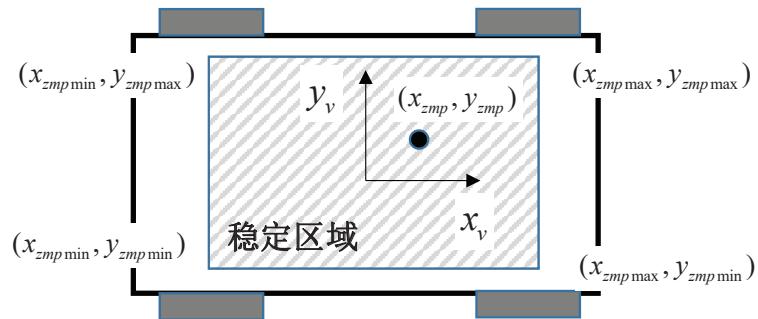


图 5.3 移动机械臂的稳定区域

之内。首先, 获取车体坐标系下, ZMP 坐标表达式

$$\begin{aligned}{}^0x_{zmp} &= \frac{\sum_{i=0}^n m_i W_x^0 \mathbf{T}(\mathbf{q}_t)^i p_{mi}}{\sum_{i=0}^n m_i} \\{}^0y_{zmp} &= \frac{\sum_{i=0}^n m_i W_y^0 \mathbf{T}(\mathbf{q}_t)^i p_{mi}}{\sum_{i=0}^n m_i}\end{aligned}\quad (5.24)$$

其中,  $W_x = [1, 0, 0, 0]$  和  $W_y = [0, 1, 0, 0]$  表示权重矩阵,  ${}^i p_{mi}$  表示质心相对于坐标系  $i$  的坐标值。上述坐标需要在稳定区域内, 我们有

$$\begin{aligned} x_{zmpmin} &< \frac{\sum_{i=0}^n m_i W_x {}^0 \mathbf{T}(\tilde{\mathbf{q}}_t)^i p_{mi}}{\sum_{i=0}^n m_i} < x_{zmpmax} \\ y_{zmpmin} &< \frac{\sum_{i=0}^n m_i W_y {}^0 \mathbf{T}(\tilde{\mathbf{q}}_t)^i p_{mi}}{\sum_{i=0}^n m_i} < y_{zmpmax} \end{aligned} \quad (5.25)$$

$t = 1, 2, \dots, h$

注意到以上约束方程为非线性不等式约束, 为此将上述不等式约束在  $\tilde{\mathbf{q}}_t$  的线性展开为

$$\begin{aligned} x_{zmpmin} &< \frac{\sum_{i=0}^n m_i W_x {}^0 \mathbf{T}(\tilde{\mathbf{q}}_t)^i p_{mi} + J_v^{p_{mi}}(\tilde{\mathbf{q}}_t)(\mathbf{q}_t - \tilde{\mathbf{q}}_t))}{\sum_{i=0}^n m_i} < x_{zmpmax} \\ y_{zmpmin} &< \frac{\sum_{i=0}^n m_i W_y {}^0 \mathbf{T}(\tilde{\mathbf{q}}_t)^i p_{mi} + J_v^{p_{mi}}(\tilde{\mathbf{q}}_t)(\mathbf{q}_t - \tilde{\mathbf{q}}_t))}{\sum_{i=0}^n m_i} < y_{zmpmax} \end{aligned} \quad (5.26)$$

$t = 1, 2, \dots, h$

以上过程即移动机械臂稳定性约束方程。

综上所述, 本节详细分析了移动机械臂运动过程中的受限条件, 即运动规划问题的等式约束与不等式约束。等式约束主要包含两种类型的目标状态, 一种目标状态是移动机械臂在终点时刻的关节空间表达, 另一种目标状态是移动机械臂末端执行器在运动过程中或者终点时刻在任务空间下的描述。不等式约束也主要包含三个方面, 一是机械臂关节角的运动限制而带来的不等式约束, 二是移动机械臂的无碰撞约束, 即在移动机械臂运动的所有时刻, 车体与障碍物之间都不能小于一定距离, 另一种是车体的稳定性, 即移动机械臂的 ZMP 点要落在稳定区间内。

## 5.4 运动规划算法

本节主要对所描述移动机械臂的运动规划问题 (5.4) 及其运动过程中的等式与不等式约束构成的非凸优化方程进行求解。针对带有不等式约束的运动规划问题, 我们引入了广泛应用的内点法进行优化求解, 对于等式约束则使用牛顿法进行求解。

针对式 (5.4) 的优化问题, 为了简化优化过程及更好给出初始条件, 我们引入了松弛变量, 由此该优化问题就变为

$$\begin{aligned} &\min f(\mathbf{x}) \\ &\text{s.t.} \\ &g_i(\mathbf{x}) + w_i = 0, i = 1, 2, \dots, n_g \\ &c_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, 2, \dots, n_c \\ &w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n_g \end{aligned} \quad (5.27)$$

为了求解上述不等式约束的优化问题，先定义一个障碍函数（Barrier function）

$$B(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{n_g} \log(w_i) \quad (5.28)$$

定义一个新状态变量  $s = [x^T, w^T]^T$ ，那么我们可以得到一个新的代价函数

$$L(\mathbf{s}, \mu) = f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{i=1}^{n_g} \log(w_i) \quad (5.29)$$

其中， $\mu$  是一个微小的正实数。基于以上分析，那么运动规划的问题就等效于求解如下方程

$$\begin{aligned} \min \quad & L(\mathbf{s}, \mu) \\ \text{s.t.} \quad & g_i(\mathbf{x}) + w_i = 0, i = 1, 2, \dots, n_g \\ & c_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, 2, \dots, n_c \end{aligned} \quad (5.30)$$

求解上述问题的方法见算法 1。算法中需要给定的参数有，初始解  $\mathbf{s}_0$ ，初始惩罚因子  $\mu_1$ ，代价函数的收敛标准  $ftol$ ，惩罚因子的缩放系数  $\beta$ 。算法的变量有运动规划问题的解  $\mathbf{s}$ ，惩罚因子  $\mu$ ，和迭代次数  $k = 1$ 。算法主要步骤为：首先根据第  $k - 1$  步的问题的解  $\mathbf{s}_{k-1}$  和惩罚因子  $\mu_k$  利用  $EQCONSTR$  算法求解出新的运动规划问题的解  $\mathbf{s}_k$ 。接下来判断  $|\mu_k B(s_k)| < ftol$  条件，如果满足该条件则表明算法已经收敛，那么跳出循环得到运动规划的解。如果不满足该条件那么表明算法还没收敛，对惩罚因子进行缩放  $\mu_{k+1} := \beta \mu_k$ 。算法一直循环知道满足条件为止。算法中提到了  $EQCONSTR$  是求解公式 (5.30) 中的等式约束问题的子算法，将在下文中进行详细介绍。

接下来我们应用拉格朗日乘子法求解具有等式约束的优化问题 (5.30)，即推导子算法  $EQCONSTR$ 。拉格朗日函数可以定义为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{s}) = f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{i=1}^{n_g} \log(w_i) + \sum_{i=1}^{n_g} \gamma_i (g_i(\mathbf{x}) - w_i) \\ + \sum_{i=1}^{n_g} \lambda_i h_i(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (5.31)$$

其中， $\gamma_i$  和  $\lambda_i$  表示拉格朗日乘子。为了推导出运动规划算法的更新率，我们首先对约束进行线性化处理  $\tilde{\mathbf{x}}$

$$\begin{aligned} h_i(\mathbf{x}) &\approx h_i(\tilde{\mathbf{x}}) + \frac{\partial h_i(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}), i = 1, 2, \dots, n_h \\ g_i(\mathbf{x}) &\approx h_i(\tilde{\mathbf{x}}) + \frac{\partial g_i(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}), i = 1, 2, \dots, n_g \end{aligned} \quad (5.32)$$

**Algorithm 1** 内点法:ITPMP( $\mu, s$ )

---

参数:

$s_0$ : 初始解;

$\mu_1$ : 初始惩罚系数;

$ftol$ : 收敛界;

$\beta$ : 惩罚银子收缩系数;

变量:

$s$ : 解向量;

$\mu$ : 惩罚系数;

$k = 1$ : 迭代次数;

1: **while**  $true$  **do**

2:      $s_k := EQCONSTR(s_{k-1}, \mu_k)$

3:     **if**  $|\mu_k B(s_k)| < ftol$  **then**

4:         **break**;

5:     **end if**

6:      $\mu_{k+1} := \beta \mu_k$ ;

7:      $k := k + 1$ ;

8: **end while**

---

上述得到了  $n_g + n_h$  维线性化的约束方程, 可以写成如下矩阵表达式

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}) &\approx H(\tilde{\mathbf{x}}) + \nabla H(\tilde{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}) \\ G(\mathbf{x}) &\approx G(\tilde{\mathbf{x}}) + \nabla G(\tilde{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (5.33)$$

其中,

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}) &= [h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_{n_h}(\mathbf{x})]^T \\ G(\mathbf{x}) &= [g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_{n_g}(\mathbf{x})]^T \\ \nabla H(\tilde{\mathbf{x}}) &= \left[ \frac{\partial h_1(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}}, \frac{\partial h_2(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}}, \dots, \frac{\partial h_{n_h}(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \\ \nabla G(\tilde{\mathbf{x}}) &= \left[ \frac{\partial g_1(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}}, \frac{\partial g_2(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}}, \dots, \frac{\partial g_{n_g}(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \end{aligned} \quad (5.34)$$

上述等式约束和不等式约束及其梯度的具体表达参考第二节的约束分析。考虑到一阶最

优化条件  $\nabla L(\mathbf{s}) = 0$ , 我们可以得到如下表达式

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{x}} L = \nabla f(\mathbf{x}) + \nabla H(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda} + \nabla G(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\gamma} = 0 \\ \nabla_{\mathbf{w}} L = -\mu \nabla B(\mathbf{w}) + \boldsymbol{\gamma} = 0 \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L = H(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla_{\boldsymbol{\gamma}} L = G(\mathbf{x}) - \mathbf{w} = 0 \end{cases} \quad (5.35)$$

其中,  $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n_h}]^T$  和  $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n_g}]^T$  表示由拉格朗日乘子构成的向量;  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_{n_g}]^T$  表示由松弛变量构成的向量。应用牛顿法求解上述表达式, 在初始解  $\mathbf{s} \approx \tilde{\mathbf{s}} + \delta\mathbf{s}$  进行线性化, 我们有

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{x}} L = \nabla f(\tilde{\mathbf{x}}) + \nabla^2 f(\tilde{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}) + \nabla H(\tilde{\mathbf{x}})^T \boldsymbol{\lambda} \\ \quad + \nabla G(\tilde{\mathbf{x}})^T \boldsymbol{\gamma} = 0 \\ \nabla_{\mathbf{w}} L = -\mu \nabla B(\tilde{\mathbf{w}}) - \mu \nabla^2 B(\tilde{\mathbf{w}})(\mathbf{w} - \tilde{\mathbf{w}}) + \boldsymbol{\gamma} = 0 \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L = H(\tilde{\mathbf{x}}) + \nabla H(\tilde{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}) \\ \nabla_{\boldsymbol{\gamma}} L = G(\tilde{\mathbf{x}}) + \nabla G(\tilde{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}) - \tilde{\mathbf{w}} - (\mathbf{w} - \tilde{\mathbf{w}}) \end{cases} \quad (5.36)$$

注意到  $\mathbf{s} = [\mathbf{x}^T, \mathbf{w}^T]^T$  的向量, 定义  $\boldsymbol{\xi} = [\boldsymbol{\lambda}^T, \boldsymbol{\gamma}^T]^T$ , 我们有

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{s}} L = \nabla L(\tilde{\mathbf{s}}) + \nabla^2 L(\tilde{\mathbf{s}})\delta\mathbf{s} + C^T \boldsymbol{\xi} \\ \nabla_{\boldsymbol{\xi}} L = C\delta\mathbf{s} + b = 0 \end{cases} \quad (5.37)$$

其中,

$\nabla L(\tilde{\mathbf{s}}) = [\nabla f(\tilde{\mathbf{x}})^T, -\mu \nabla B(\tilde{\mathbf{w}})^T]^T$  表示拉格朗日函数的梯度;

$\nabla^2 L(\tilde{\mathbf{s}}) = \text{diag}[\nabla^2 f(\tilde{\mathbf{x}}), -\mu \nabla^2 B(\tilde{\mathbf{w}})]$  表示拉格朗日函数的 Hessian;

$C = [\nabla H(\tilde{\mathbf{x}}), 0; \nabla G(\tilde{\mathbf{x}}), -I]$  表示约束方程的梯度;

$b = [H(\tilde{\mathbf{x}})^T, (H(\tilde{\mathbf{x}}) - \tilde{\mathbf{w}})^T]^T$  表示约束方程的偏移量。

通过求解以上方程, 我们可以得到运动规划问题的迭代解

$$\begin{aligned} \mathbf{s} = & \tilde{\mathbf{s}} - \eta Hes^{-1} \nabla L(\tilde{\mathbf{s}}) - \eta Hes^{-1} C^T (C Hes^{-1} C^T)^{-1} b \\ & + \eta Hes^{-1} C^T (C Hes^{-1} C^T) C Hes^{-1} \nabla L(\tilde{\mathbf{s}}) \end{aligned} \quad (5.38)$$

其中,  $Hes = \nabla^2 L(\tilde{\mathbf{x}})$ 。

通过以上公式的推导, 我们得到了求解具有等式约束优化问题的方法, 具体算法的伪代码见算法 2, 即具体的 *EQCONSTR*。该算法主要包含三大部分: 初始化参数, 确定变量及迭代求解。该算法的初始化参数有: 初始化解  $\mathbf{s}_0$ , 惩罚因子  $\mu$ , 代价函数的收敛

条件  $Funtol$ , 约束的收敛条件  $ctol$ , 步长大小  $\eta$ , 最小迭代次数  $Itermin$ , 最大迭代次数  $Itermmax$ 。其中,  $s_0$  和  $\mu$  由算法 1 输入, 其他的初始化参数则自己设定。该算法的主要变量有: 优化解  $s$  和迭代次数  $j$ 。从算法的伪代码可以看出, 算法通过不断的迭代求得运动规划问题的解。首先, 参考第二节中的额运动规划问题约束描述建立约束求解的子函数 ( $ConstrGoal()$ ,  $ConstrObstacle()$ ,  $ConstrJoint()$ )。 $ConstrGoal()$  子函数根据当前的解  $s$  求解目标状态的约束表达, 并返回约束函数的梯度  $C_{goal}$  和偏置量  $b_{goal}$ 。无碰撞的不等式约束通过子函数  $ConstrObstacle()$  进行求解, 并返回约束函数的梯度  $C_{obstacle}$  和偏置量  $b_{obstacle}$ 。关节角运动限制导致的不等式约束方程则由  $ConstrJoint()$  子函数计算得到, 函数返回约束的梯度  $C_{joint}$  和偏置量  $b_{joint}$ 。根据以上子函数的分析得到的不同约束的梯度和偏置量, 通过函数  $Constr()$  将所有约束综合在一起, 从而得到  $C$  和偏置量  $b$ 。此外, 从公式 (5.38) 中可以看出迭代求解过程需要代价函数的梯度和 Hessian 矩阵。算法通过子函数  $Grad()$  求解得到代价函数的梯度  $grad$ , Hessian 矩阵子函数  $Hessian()$  求得。将以上分析得到的约束梯度  $C$ , 偏置量  $b_{joint}$ , 代价函数的梯度  $grad$  和 Hessian 矩阵, 代入公式 (5.38), 可以得到新的解。然而, 根据新的解求得代价函数的值和违反约束的最大值。进一步, 根据设定的条件对求解过程进行判定。如果迭代次数小于最小迭代次数, 并且代价函数的值的变化率及违反约束的最大值都小于设定的界, 则跳出循环得到运动规划解  $s$ , 否则继续进行下一次求解过程。如果迭代次数达到了设定的最大值仍没有搜索到解, 则跳出循环。

综上所述, 本节主要分析了移动机械臂运动规划算法中的非凸优化的求解内容。优化算法主要包含两环: 外环主要利用常用的内点法进行分析; 内环通过牛顿法进行求解等式约束问题。外环通过对惩罚因子的缩放, 进而使构造的障碍函数足够小, 即使得不等式约束得到满足。内环函数, 通过约束分析和迭代求解, 使得代价函数收敛。以上两部分求解算法即本节研究的移动机械臂一体化运动规划算法, 该算法能根据认为设定的目标状态规划出一条合理的轨迹, 使得移动机械臂能够无碰撞运行。

## 5.5 仿真与实验分析

为了验证移动机械臂一体化运动规划算法, 本节针对第二章中给出的 Kuka youbot 移动机械臂展开仿真分析。该机器人的具体模型和参数参照 2.2 节内容。

### 5.5.1 对比研究 I

本对比仿真旨在验证移动机械臂一体化运动规划算法在给定关节空间目标状态的条件下的性能, 并进行考虑障碍物与不考虑障碍物的对比研究。

**Algorithm 2** 子优化模块: EQMP( $\mu, \mathbf{s}$ )

---

参数:

$\mathbf{s}_0$ : 初始解;

$\mu$ : 惩罚系数;

$Funtol$ : 代价函数界;

$ctol$ : 约束界;

$\eta$ : 步长;

$Itermin$ : 最小迭代次数

$Itermax$ : 最大迭代次数

变量:

$\mathbf{s}$ : 解向量;

$j = 1$ : 迭代次数;

```

1: while true do
2:    $[C_{goal}, b_{goal}] \leftarrow ConstrGoal(\mathbf{s});$ 
3:    $[C_{obstacle}, b_{obstacle}] \leftarrow ConstrObstacle(\mathbf{s});$ 
4:    $[C_{joint}, b_{joint}] \leftarrow ConstrJoint(\mathbf{s});$ 
5:    $[C, b] \leftarrow Constr(C_{goal}, C_{obstacle}, C_{joint});$ 
6:    $grad \leftarrow Grad(\mathbf{s});$ 
7:    $hess \leftarrow Hessian(\mathbf{s});$ 
8:    $\mathbf{s} = \tilde{\mathbf{s}} - \eta Hess^{-1} grad - \eta Hess^{-1} C^T (CHess^{-1} C^T)^{-1} b +$ 
      $\eta Hess^{-1} C^T (CHess^{-1} C^T) CHess^{-1} grad;$ 
9:    $cost \leftarrow Cost(\mathbf{s});$ 
10:   $viot \leftarrow MaxConstrViol(\mathbf{s});$ 
11:  if  $j > Itermin$  then
12:    if  $viot \leq ctol \& (cost(j) - cost(j - 1))/cost(j) \leq Funtol$  then
13:      break;
14:    end if
15:  end if
16:  if  $j > Itermax$  then
17:    break;
18:  end if
19:   $j \leftarrow j + 1;$ 
20: end while
```

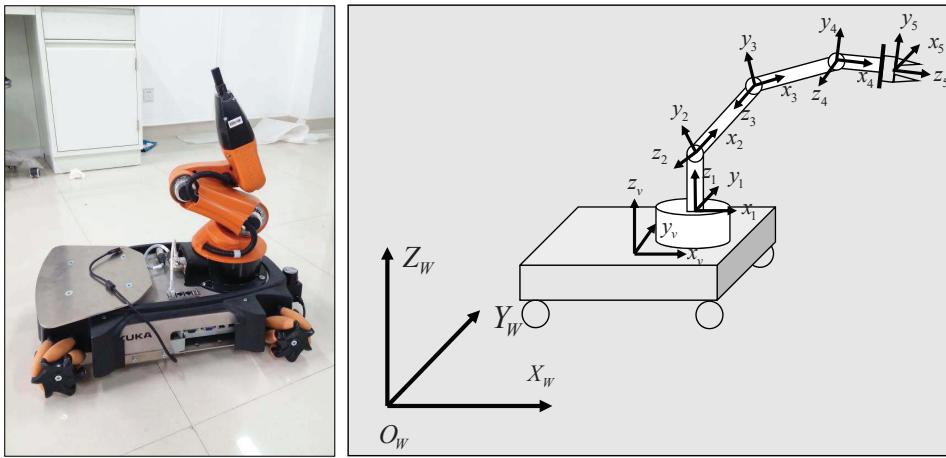


图 5.4 Kuka youbot 移动机械臂

**SET 1:** 1) 初始目标状态  $q_{goal} = [0, 0, 0, \pi/2, 0, 0, 0, 0]^T$ ; 2) 设定目标状态  $q_{goal} = [0.8, 0.8, 0.2, \pi/2, 1, \pi/4, -\pi/2, 0]^T$ ; 3) 不考虑避障

**SET 2:** 1) 初始目标状态  $q_{goal} = [0, 0, 0, \pi/2, 0, 0, 0, 0]^T$ ; 2) 设定目标状态  $q_{goal} = [0.8, 0.8, 0.2, \pi/2, 1, \pi/4, -\pi/2, 0]^T$ ; 3) 考虑避障, 半径为 0.1m 的球体。

表 5.1 性能指标, 对比试验 I

对比	考虑臂章	代价函数	迭代次数	规划时间
SET1	否	0.045	29	0.356(s)
SET2	有	0.046	32	0.4581(s)

对比研究 I 的运动规划结果见表格 5.1 及图 5.5-5.14。两种条件下的运动规划代价函数见图 5.5 和图 5.6, 从图中可以看出提出的移动机械臂运动规划算法在这种设定条件下代价函数均在一定迭代次数之后收敛, 即能够规划出一条从初始状态到达目标状态的轨迹。图 5.7-5.8 给出了两种情况下移动机械臂各关节的轨迹, 在考虑障碍物和不考虑障碍物两种情况下, 运动规划算法生成的轨迹在中间过程有细微的差异, 但移动机械臂的终点状态都到达了设定目标状态。此外, 从以上结果能看出各关节角在运动过程中各关节角运动范围全都在约束之内, 各关节角的运动限制见第二章中的表格 2.5。从图 5.9 - 5.10 中可以看出, 移动机械臂规划出在运动过程中重心均落在稳定区域内, 表明规划出的轨迹能够满足稳定性约束。图 5.11-5.14 给出了移动机械臂协调移动平台和机械臂从初始位置到目标位置的运动过程, 且从运动轨迹图可以看出提出的运动规划方法能够有效避开障碍物。综合以上分析, 提出的移动机械臂运动规划方法能够处理目标状态为关节空间坐标的问题, 同时满足关节角约束、稳定性约束和无碰撞约束。

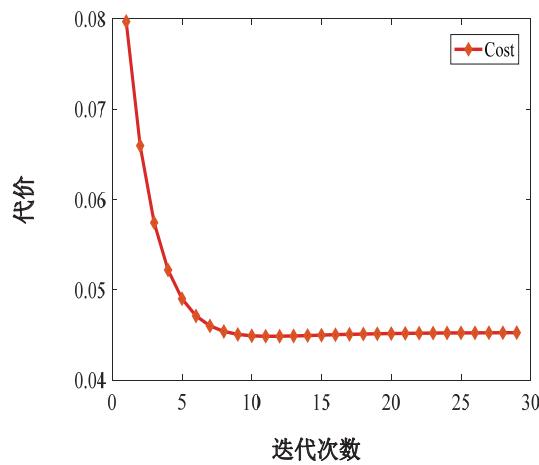


图 5.5 运动规划对比研究 I:  
SET 1 的代价函数

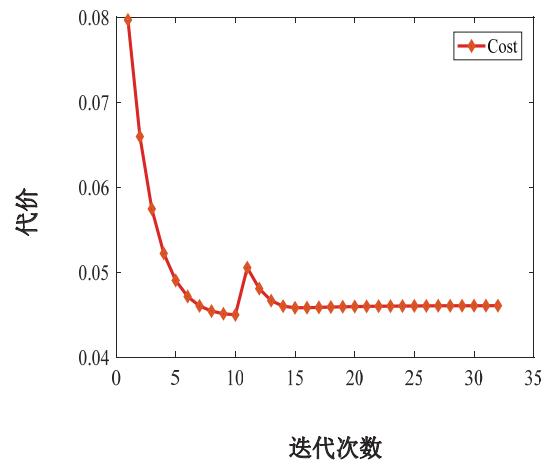


图 5.6 运动规划对比研究 I:  
SET 2 的代价函数

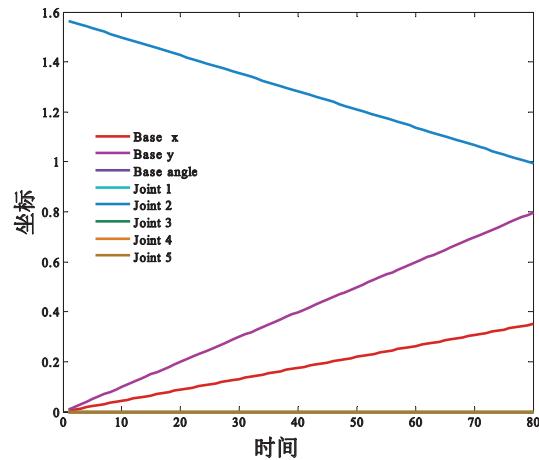


图 5.7 运动规划对比研究 I:  
SET 1 的各关节角运动轨迹

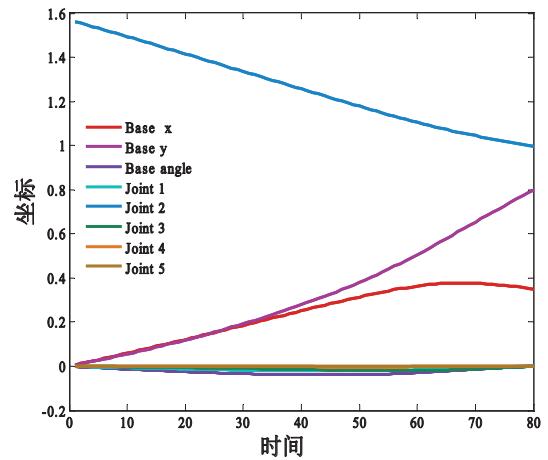


图 5.8 运动规划对比研究 I:  
SET 2 的各关节角运动轨迹

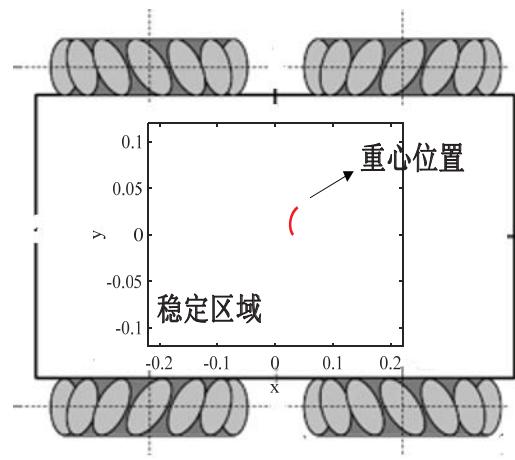


图 5.9 运动规划对比研究 I:  
SET 1 情况下移动机械臂重心变化范围

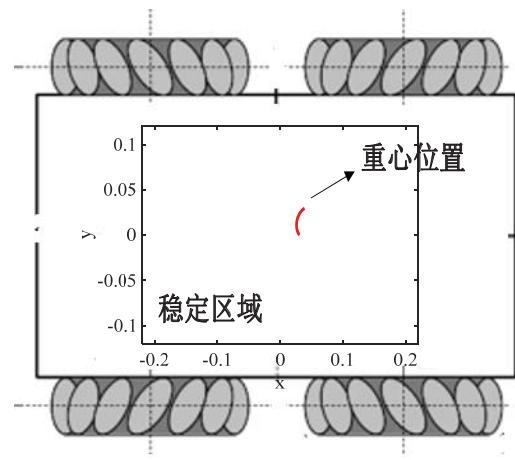


图 5.10 运动规划对比研究 I:  
SET 2 情况下移动机械臂重心变化范围

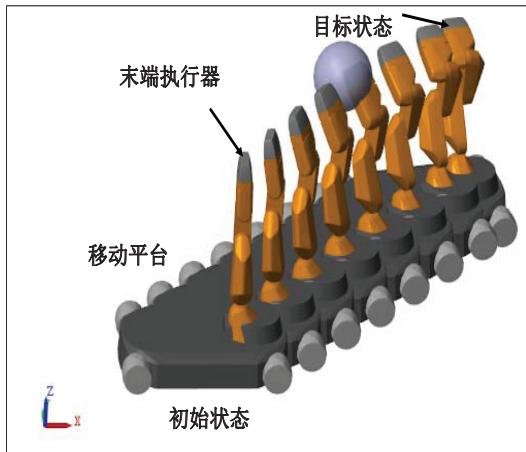


图 5.11 运动规划对比研究 I:  
SET 1 情况下移动机械臂运动过程

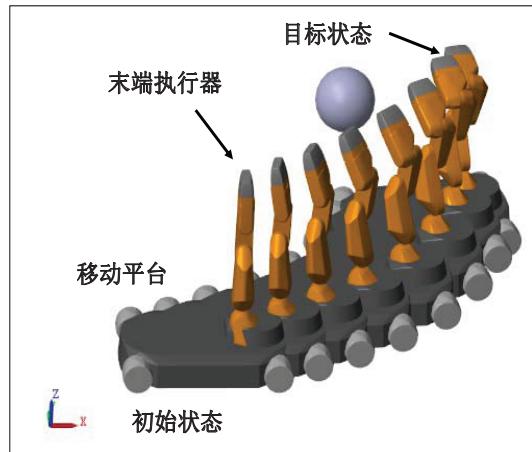


图 5.12 运动规划对比研究 I:  
SET 2 情况下移动机械臂运动过程

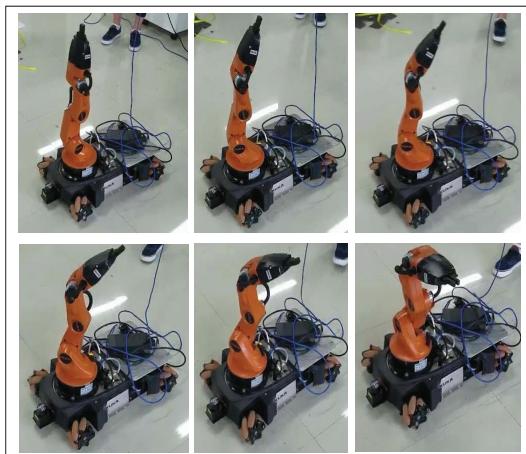


图 5.13 运动规划对比实验 I:  
SET 1 情况下移动机械臂运动过程

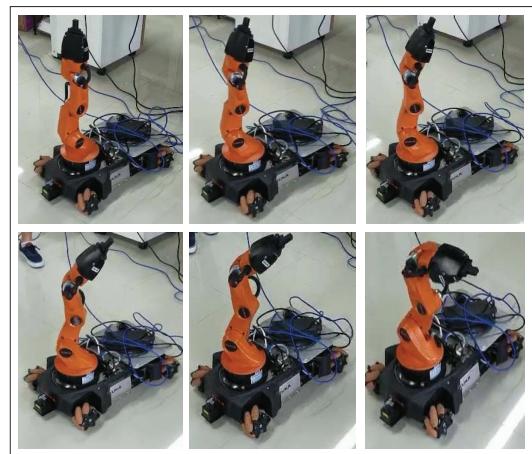


图 5.14 运动规划对比实验 I:  
SET 2 情况下移动机械臂运动过程

## 5.5.2 对比研究 II

上面内容对比分析了以关节空间坐标作为目标状态的研究结果。然而，现实生活中大多数的应用场景目标状态设定在笛卡尔坐标系下，即给定的移动机械臂目标为末端执行器的位置和姿态。本小节的目的在于验证移动机械臂一体化运动规划算法在给定任务空间目标状态的条件下的性能，并进行考虑障碍物与不考虑障碍物的对比研究。

**SET 1:** 1) 初始目标状态  $q_{goal} = [0, 0, 0, \pi/2, 0, 0, 0, 0]^T$ ; 2) 设定末端执行器在笛卡尔坐标系下的坐标，即目标状态为  $pose_{goal} = [1.6, 1, 0.5, \pi/2, 0, \pi/2]^T$ ; 3) 不考虑避障

**SET 2:** 1) 初始目标状态  $q_{goal} = [0, 0, 0, \pi/2, 0, 0, 0, 0]^T$ ; 2) 设定末端执行器在笛卡尔坐标系下的坐标，即目标状态为  $pose_{goal} = [1.6, 1, 0.5, \pi/2, 0, \pi/2]^T$ ; 3) 考虑避障，半径为 0.1m 的球体。

表 5.2 性能指标, 对比试验 II

对比	考虑臂章	代价函数	迭代次数	规划时间
SET1	否	0.0732	30	0.4038(s)
SET2	有	0.0737	29	0.5769(s)

对比研究 II 的运动规划结果见表格5.2及图5.15-5.22。两种条件下的运动规划代价函数见图5.15和图5.16, 从图中可以看出提出的移动机械臂运动规划算法在这种设定条件下代价函数均在一定迭代次数之后收敛, 即能够规划出一条从初始状态到达目标状态的轨迹。图5.17-5.18给出了两种情况下移动机械臂各关节的轨迹, 在考虑障碍物和不考虑障碍物两种情况下, 运动规划算法生成的轨迹在中间过程有细微的差异, 但移动机械臂的终点状态都到达了设定目标状态。此外, 从以上结果能看出各关节角在运动过程中各关节角运动范围全都在约束之内, 各关节角的运动限制见第二章中的表格2.5。从图5.19 - 5.20中可以看出, 移动机械臂规划出在运动过程中重心均落在稳定区域内, 表明规划出的轨迹能够满足稳定性约束。图5.21-5.24给出了移动机械臂协调移动平台和机械臂从初始位置到目标位置的运动过程, 且从运动轨迹图可以看出提出的运动规划方法能够有效避开障碍物。综合以上分析, 提出的移动机械臂运动规划方法能够处理目标状态为任务空间的运动规划问题, 同时满足关节角约束、稳定性约束和无碰撞约束。

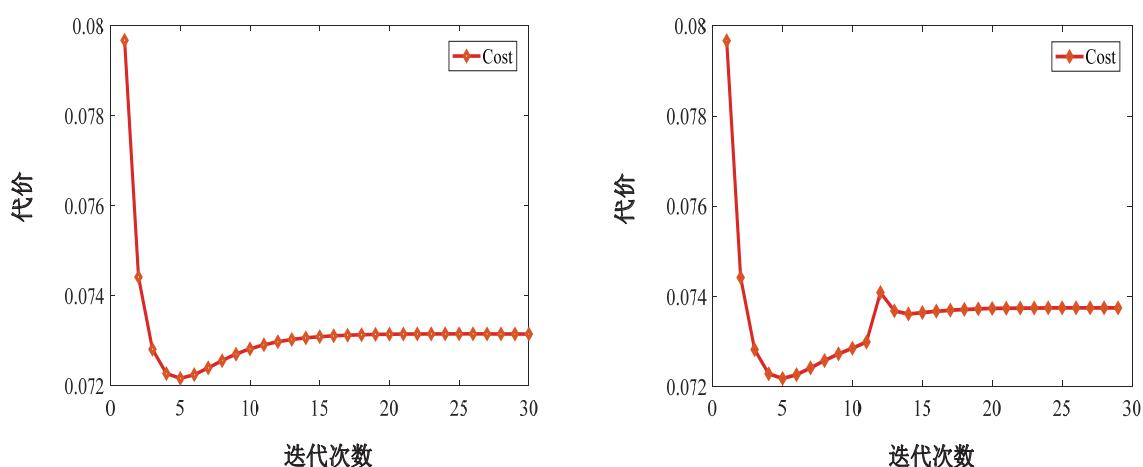


图 5.15 运动规划对比研究 II:  
SET 1 的代价函数

图 5.16 运动规划对比研究 II:  
SET 2 的代价函数

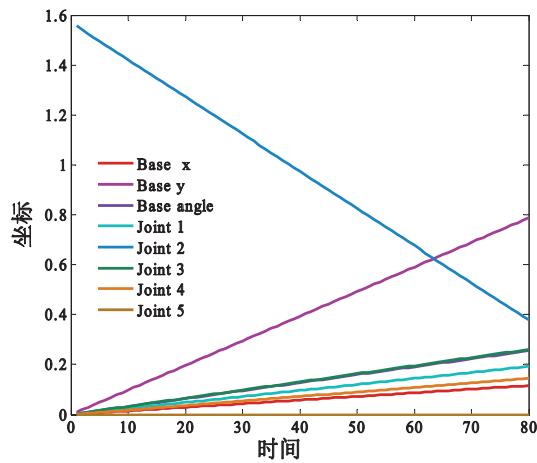


图 5.17 运动规划对比研究 II:  
SET 1 的各关节角运动轨迹

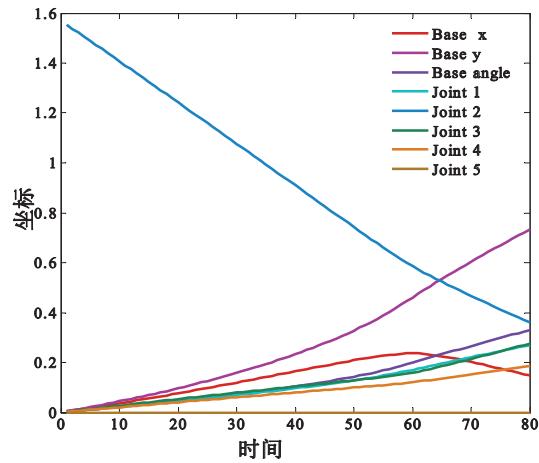


图 5.18 运动规划对比研究 II:  
SET 2 的各关节角运动轨迹

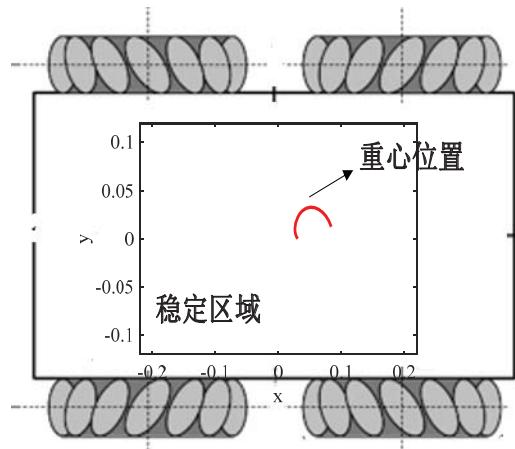


图 5.19 运动规划对比研究 II:  
SET 1 情况下移动机械臂重心变化范围

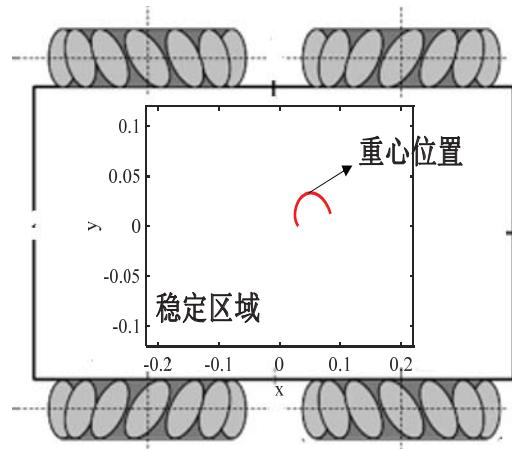


图 5.20 运动规划对比研究 II:  
SET 2 情况下移动机械臂重心变化范围

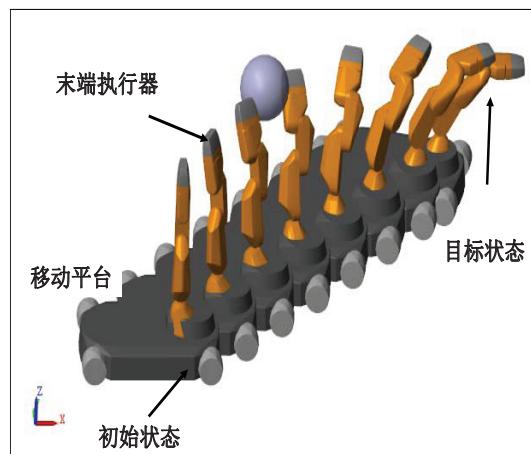


图 5.21 运动规划对比研究 II:  
SET 1 情况下移动机械臂运动过程

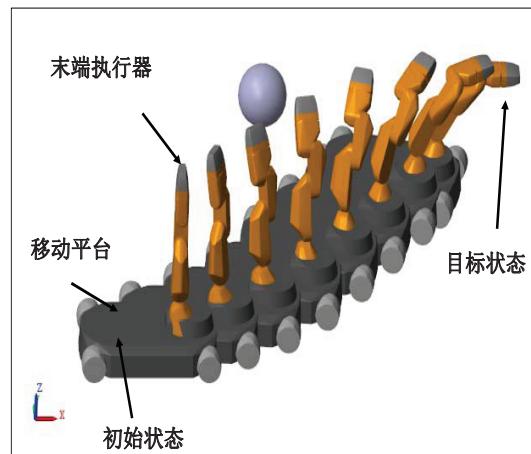


图 5.22 运动规划对比研究 II:  
SET 2 情况下移动机械臂运动过程

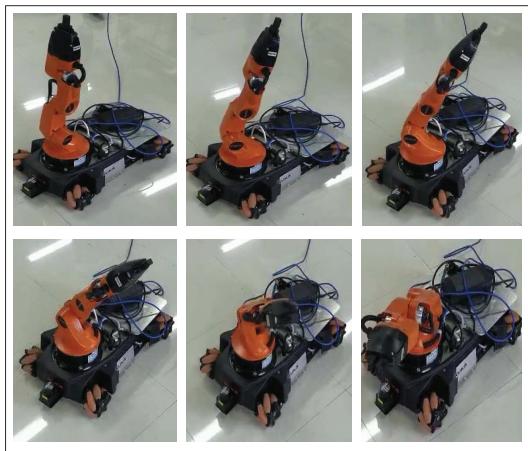


图 5.23 运动规划对比实验 II:  
SET 1 情况下移动机械臂运动过程

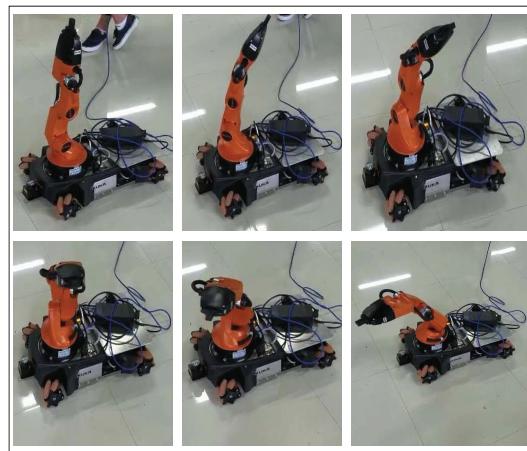


图 5.24 运动规划对比实验 II:  
SET 2 情况下移动机械臂运动过程

## 5.6 本章小结

针对具有高冗余自由度的移动机械臂系统，根据任务需求或者目标点，确立以路径最短等规划目标函数。基于实验室的移动机械臂确定约束条件：各个关节的转动范围等，保证规划出可行的运动轨迹；确定机械臂和障碍物的几何描述方法，因此得到移动机械臂各刚体与所有障碍物之间距离的计算方法，从而确立移动机械臂无碰撞的安全约束；分析移动机械臂稳定性约束条件，得到移动机械臂稳定的不等式约束；确定移动机械臂目标状态下的等式约束，包含在构形空间和任务空间下的约束描述。进一步，基于上述代价函数和约束条件，设计一体化运动规划方法。通过仿真与实验验证提出一体化运动规划方法的有效性。



## 第6章 总结与展望

### 6.1 论文总结

本课题的研究着眼于移动机器人冗余特性下的运动规划和协调控制，针对移动机器人面临的不同类型的冗余问题：冗余驱动移动平台和具有冗余运动学自由度移动机械臂，展开了系统的运动规划和协调控制的研究。针对一类冗余驱动移动平台，为首要保证系统地平稳运行以满足可靠性基本需求，综合考虑了车体动力学、车轮/地面摩擦力和车轮动力学的多系统耦合模型，提出了兼顾车体运动跟踪和驱动协调问题的多变量控制新方法；进一步地，针对具有冗余自由度的移动机械臂，提出了一体化运动规划算法，以解决此类问题系统地车臂协调问题。所研究的冗余驱动移动机器人，由于多个车轮独立驱动的结构特点而具有了更大驱动力、更高鲁棒性等优势，成为目前在户外探索、航空航天等工业领域及学术界研究的热点。但随之而来的冗余驱动带来的车体滑动等问题成为影响系统运行与控制性能的重要因素。因而，为实现良好的移动机器人轨迹跟踪问题，冗余驱动系统的协调是必不可少的研究。另外，相比于传动的移动平台，移动机械臂将移动平台和机械臂的优点相结合，同时具备移动性和操作性。而在应用范围和功能都大为拓展和提高的同时，移动机械臂高冗余自由度成为其执行时面临的重要问题。因而，为实现车臂一体化运动，移动机械臂冗余自由度下运动规划是目前机器人研究的重要领域。在深入调研分析的基础上，论文首先归纳了课题研究面临的主要问题：

#### 1、移动机器人冗余特性制约着控制器设计和运动规划实现

相比于传统的两轮驱动移动平台，冗余驱动移动平台无法满足纯滚动的假设。此时，其在运动时往往会导致车轮打滑等现象发生，进而影响整体的系统性能。同时车体-地面-车轮之间存在复杂耦合动力学，使原有两轮驱动移动平台控制设计无法满足此类冗余驱动移动平台。为此，有必要考虑冗余驱动移动平台的各结构特点，建立反应车体动力学、车体/地面交互作用和车轮动力学之间高度耦合关系的动力学模型，为此类系统运动控制提供基础。移动机械臂由于移动平台和机械臂相结合，导致了冗余运动学自由度问题，而车臂一体化协调运动的需求，使原有的车体和机械臂独立规划方法无法适用于移动机械臂系统。为此，有必要考虑移动机械臂的结构特征和冗余运动学问题，建立反应移动机械臂运动机理的运动学模型，为此类系统运动规划提供基础。

## 2、冗余驱动移动平台考虑车体打滑影响的运动分配控制问题

现有基于运动学控制的移动平台控制器往往通过上层运动控制器获得车体期望运动并通过下层的运动分配算法获得各车轮期望转速。事实上，冗余驱动移动平台由于同侧具有多个车轮的机械结构往往在运动时会发生打滑等问题。因而，基于纯滚动假设的运动分配算法应用到冗余驱动移动机器人往往会导致车体实际运动与上层期望运动存在差异，无法适应不同地面状况，进而影响控制性能。为此，有必要针对冗余驱动移动平台，设计自适应运动分配控制器。

## 3、考虑车体动力学、车轮/地面摩擦力和车轮动力学影响的冗余驱动移动平台协调控制问题

对于冗余驱动移动平台，基于运动学的控制器在实际系统中应用最为广泛。然而，此类控制器在控制跟踪上，尤其是速度跟踪上无法适应不同地面状况，进而导致较差控制性能。从而，需从动力学角度设计控制器，而冗余驱动移动机器人独特的机械结构和冗余驱动特性，使得传统的动力分配控制器无法同时协调车体运动及车轮运动。为此，有必要进一步考虑车体动力学、车轮/地面摩擦力和车轮动力学等复杂动力学影响，设计冗余驱动移动平台协调控制器。

## 4、移动机械臂冗余自由度下的运动规划问题

相比于传统的移动平台和机械臂，移动机械臂不仅具有广阔的运动空间还能够进行任务执行。同时，移动机械臂能以不同的位姿、不同的操作动作执行任务，具有较高冗余自由度，导致移动机械臂整体行为不能单独研究各独立子系统（移动平台或机械臂），需要对移动机械臂进行一体化规划，使其能以更高效率、更低能耗执行任务。

具体的来说，本论文在以下研究方面取得了进展：

### 一、冗余驱动移动平台及移动机械臂建模

1、基于冗余驱动移动平台各子系统的分析，给出移动平台的运动学描述，其包含移动机器人的平面运动及旋转运动，从而建立移动机器人的运动学方程，及车体动力学方程。同时，进一步考虑移动机器人车轮动力学及车轮/地面交互作用，推导了冗余驱动移动平台多系统耦合动力学模型。针对一个具体的冗余驱动移动平台设计参数辨识实验，得到了完整的模型。

2、针对移动机械臂系统，基于定位系统提供的惯性坐标系，建立用于描述移动平台位姿的附体坐标系，建立描述机械臂相对于附体坐标位姿关系的关节空间坐标系。此外，基于建立的移动机械臂坐标系统，分析机械臂串联结构特性、移动平台与机械臂之间的耦合关系及机械臂的安装位置的影响，从而确定移动平台位姿及机械臂关节角到机械臂

末端姿态的映射关系和雅可比矩阵，建立移动机械臂运动学方程。

## 二、冗余驱动移动平台运动分配控制研究

1、基于冗余驱动移动平台运动学模型，设计冗余驱动移动平台自适应鲁棒运动分配控制器，将控制器分为上下层结构。上层通过设计自适应鲁棒控制器实现移动机器人车体轨迹跟踪；下层设计运动分配控制器将车体期望前进速度与旋转速度来分配得到车轮转速，其中运动分配策略未考虑车轮打滑现象，简单地基于左右两侧车轮纯滚动假设。同时，通过实验对比验证了所提出自适应鲁棒控制器算法更好的控制性能。

2、在上述两层控制结构的基础上，进一步引入运动分配系数概念，即车体期望速度和旋转速度根据一定系数获得车轮转速。同时，基于运动分配方程，设计分配系数 RLS 在线精确估计方法，将学习到的参数用于运动分配实现。而准确估计到的运动分配系数则用于指导运动的合理分配，在保证运动跟踪的基础上进一步提高了控制性能。通过实验对比验证了所提出自适应运动分配方法的性能。

## 三、基于动力学的冗余驱动移动平台协调控制研究

1、基于冗余驱动移动机器人动力学模型，设计自适应鲁棒动力分配控制器，控制器包含上下两层。上层基于车体动力学自适应鲁棒控制器实现车体轨迹跟踪并得到车体期望驱动力和驱动力矩；下层设计动力分配策略分配各驱动轮力矩及协调各车轮运动。通过实验对比验证了提出的自适应鲁棒协调控制器在跟踪性能和协调车轮运动方面的性能。

2、为进一步提高冗余驱动移动机器人控制器设计策略，基于考虑车体动力学、车体/地面交互作用及车轮动力学的多系统耦合模型，设计三层结构的自适应鲁棒协调控制器。上层基于车体动力学设计自适应鲁棒控制器并得到车体期望驱动力和驱动力矩；中层控制分配策略将上层控制器的期望信号按一定的指标和约束进行优化分配，获得相应的车轮滑差率；下层控制器则实现车轮滑差率控制。通过实验对比分析，提出的自适应鲁棒协调控制器不仅能够实现车体的跟踪也能协调车轮运动。

## 四、移动机械臂冗余自由度下的运动规划研究

1、针对移动机械臂运动学模型，基于实际需求与环境情况，分析移动机械臂运动规划过程中面临的各种等式约束和不等式约束，主要包含目标约束（关节空间和笛卡尔空间）、运动关节不等式约束、车体稳定性约束及障碍物不等式约束。

2、根据移动机械臂约束条件，确定运动规划目标（比如路径最短），优化得到移动机械臂运动路径。通过实验验证运动规划结果的可行性。

## 6.2 论文创新点

以下阐述本论文的创新点，同时列出支撑这些创新点的主要论文。

### 一、提出了冗余驱动移动平台自适应运动分配控制方法

所提出的自适应运动分配控制方法可有效处理冗余驱动移动平台运动跟踪控制问题，并通过在线参数辨识方法有效保证了在不同地面条件下的自适应能力，获得优越的运动跟踪性能。在轨迹跟踪情况下，通过在线参数自适应将上层运动跟踪控制器得到的车体期望速度与转速进行运动分配，实现轨迹跟踪，适应不同地面条件并提高跟踪性能。

### 二、提出同时考虑车体运动跟踪及车轮运动协调的冗余驱动移动平台协调控制方案

针对冗余驱动移动平台运动跟踪控制问题，以考虑车体动力学、车轮/地面交互作用及车轮动力学的完整模型为基础，提出三层结构的协调控制方案：运动跟踪层，控制分配层及滑差率控制层。本文所提出的协调控制器克服了传统运动学控制器控制性能较差及传统动力学控制器无法协调车体运动和车轮运动的问题。通过基于车轮/地面交互作用的控制分配算法，将基于车体动力学的上层控制器输出优化分配得到个驱动力滑差率，从而同时协调车体跟踪控制和车轮的运动，进一步确保了高性能的控制实现。实验对比验证了所提出的协调控制新方法的有效性。

### 三、提出移动机械臂一体化运动规划方法

针对移动机械臂高冗余自由度下车体协调作业的实际需求，分析移动机械臂的面临的不等式及等式约束条件，提出有效的移动机械臂车-臂一体化运动规划方法。通过仿真与对比实验验证所提出的运动规划算法的实用性。

## 6.3 研究展望

本论文所述的研究工作取得了一些有意义的成果，但是由于客观条件的限制和自身能力的不足，尚存在一些工作值得进一步完善，同时也有部分研究有待展开。在此，谨从个人角度对这些后续的研究工作进行简单的展望，为后来者提供一些可能的借鉴。

1、本文所提出的多层结构自适应鲁棒协调协调控制方法是对冗余驱动移动平台高性能控制的探索研究，控制器结构主要包含三部分内容：上层运动跟踪控制器；中层控制分配优化策略；底层滑差率控制器。为进一步提高其运动性能，还可以针对控制分配层展开细化研究。同时，为满足移动平台的实用性需求，实际工况中面临的饱和及状态约束等问题对运动跟踪控制会产生较大的影响，因而深入分析移动平台运动所面临的驱动力、状态等约束，展开考虑约束的轨迹跟踪控制策略的研究是未来一个研究方向。

2、本文所设计的冗余驱动移动平台运动跟踪控制器，由于实验条件的限制，跟踪轨

迹均为人为设计适用于室内运动的圆形和8字型轨迹，尚缺少将冗余驱动移动机器人应用于实际场景的实验内容。如何结合运动规划定位和导航技术，将冗余驱动移动平台的应用进一步拓展是可以深入展开研究的一个方向。

3、本文所研究的运动规划算法是对移动机械臂系统运动规划的探索性研究，实验环境主要基于目标设定的情况下执行验证算法。为进一步提高算法的实际应用，有必要结合视觉传感及算法，实时反馈目标物体位置信息并执行抓取。同时，对于未知的更复杂的物体，可以通过深度学习算法学习目标抓取特征，实现未知物体抓取任务。

4、就应用层面而言，本研究成果主要是在实验室环境下的 NI compactrio 控制系统上实现。为了实现大规模的工业化应用，需要将控制算法在 ROS 等机器人操作系统推广，并深入考虑算法可靠性等工业化的现实问题。



## 参考文献

- [1] 熊有伦. 机器人技术基础 [M]. [S.I.]: 华中理工大学出版社, 1996.
- [2] CRAIG J J, HSU P, SASTRY S S. Adaptive control of mechanical manipulators[J]. The International Journal of Robotics Research, 1987, 6(2) : 16 – 28.
- [3] CRAIG J J. Introduction to robotics: mechanics and control : Vol 3[M]. [S.I.]: Pearson/Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, USA:, 2005.
- [4] NAKAMURA Y, HANAFUSA H. Inverse kinematic solutions with singularity robustness for robot manipulator control[J]. Journal of dynamic systems, measurement, and control, 1986, 108(3) : 163 – 171.
- [5] RAIBERT M H, CRAIG J J. Hybrid position/force control of manipulators[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1981, 103(2) : 126 – 133.
- [6] URMSON C, ANHALT J, BAGNELL D, et al. Autonomous driving in urban environments: Boss and the urban challenge[J]. Journal of Field Robotics, 2008, 25(8) : 425 – 466.
- [7] BROOKS R. A robust layered control system for a mobile robot[J]. IEEE journal on robotics and automation, 1986, 2(1) : 14 – 23.
- [8] LEONARD J J, DURRANTWHYTE H F. Mobile robot localization by tracking geometric beacons[J]. IEEE Transactions on Robotics & Automation, 2002, 7(3) : 376 – 382.
- [9] ROA M A, BERENSON D, HUANG W. Mobile manipulation: toward smart manufacturing [tc spotlight][J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2015, 22(4) : 14 – 15.
- [10] CHITTA S, JONES E G, CIOCARLIE M, et al. Mobile manipulation in unstructured environments: Perception, planning, and execution[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2012, 19(2) : 58 – 71.
- [11] 丁汉. 共融机器人的基础理论和关键技术 [J]. 机器人产业, 2016(6) : 12 – 17.
- [12] 丁汉. 机器人与智能制造技术的发展思考 [J]. 机器人技术与应用, 2016(4) : 7 – 10.
- [13] DING H, YANG X, ZHENG N, et al. Tri-Co Robot: A Chinese Robotic Research Initiative for Enhanced Robot Interaction Capabilities[J], 2017.
- [14] BROCK O. Elastic Strips : A Frame work for Motion Generation in Human Environments[J]. International Journal of Robotics Research, 2002, 21(12) : 1031 – 1052.

- [15] ZUCKER M, RATLIFF N, DRAGAN A D, et al. CHOMP: Covariant Hamiltonian optimization for motion planning[J]. International Journal of Robotics Research, 2013, 32(9-10) : 1164 – 1193.
- [16] SCHULMAN J, DUAN Y, HO J, et al. Motion planning with sequential convex optimization and convex collision checking[J]. International Journal of Robotics Research, 2014, 33(9) : 1251 – 1270.
- [17] SUN F, LI L, LI H-X, et al. Neuro-Fuzzy Dynamic-Inversion-Based Adaptive Control for Robotic Manipulators—Discrete Time Case[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(3) : 1342 – 1351.
- [18] HU J, XIONG R. Contact Force Estimation for Robot Manipulator Using Semi-parametric Model and Disturbance Kalman Filter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, PP(99) : 1 – 1.
- [19] SUN W, TANG S, GAO H, et al. Two Time-Scale Tracking Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 24(6) : 2059 – 2069.
- [20] ZHU X, DING H. Computation of force-closure grasps: an iterative algorithm[M]. [S.l.] : IEEE Press, 2006 : 172 – 179.
- [21] 刘菲. 空间多臂移动机器人动力学与控制研究 [D]. [S.l.] : 北京理工大学, 2016.
- [22] LI Z, LI J, KANG Y. Adaptive robust coordinated control of multiple mobile manipulators interacting with rigid environments [J]. Automatica, 2010, 46(12) : 2028 – 2034.
- [23] MOHAMMADPOUR E, NARAGHI M. Robust adaptive stabilization of skid steer wheeled mobile robots considering slipping effects[J]. Advanced Robotics, 2011, 25(1-2) : 205 – 227.
- [24] OSTAFEW C J, SCHOELLIG A P, BARFOOT T D. Robust Constrained Learning-based NMPC enabling reliable mobile robot path tracking[J]. The International Journal of Robotics Research, 2016, 35(13) : 1547 – 1563.
- [25] HOU Z-G, ZOU A-M, CHENG L, et al. Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(4) : 803 – 815.
- [26] RYU J C, AGRAWAL S K. Differential flatness-based robust control of mobile robots in the presence of slip[J]. International Journal of Robotics Research, 2011, 30(4) : 463 – 475.

- [27] LI Z, DENG J, LU R, et al. Trajectory-Tracking Control of Mobile Robot Systems Incorporating Neural-Dynamic Optimized Model Predictive Approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, And cybernetics:systems, 2016, 46(6) : 740 – 749.
- [28] CHANG B L, WANG D. GPS-Based Tracking Control for a Car-Like Wheeled Mobile Robot With Skidding and Slipping[J]. Mechatronics IEEE/ASME Transactions on, 2008, 13(4) : 480 – 484.
- [29] LOW C B, WANG D. GPS-Based Path Following Control for a Car-Like Wheeled Mobile Robot With Skidding and Slipping[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008, 16(2) : 340 – 347.
- [30] RODRÍGUEZ-SEDA E J, TANG C, SPONG M W, et al. Trajectory tracking with collision avoidance for nonholonomic vehicles with acceleration constraints and limited sensing[J]. The International Journal of Robotics Research, 2014, 33(12) : 1569 – 1592.
- [31] KORAYEM M H, NAZEMIZADEH M, RAHIMI H N. Dynamic optimal payload path planning of mobile manipulators among moving obstacles[J]. Advanced Robotics, 2014, 28(20) : 1389 – 1402.
- [32] BAYLE B, FOURQUET J Y, RENAUD M. Manipulability of Wheeled Mobile Manipulators: Application to Motion Generation[J]. International Journal of Robotics Research, 2003, 22 : 565 – 582.
- [33] SERAJI H. A Unified Approach to Motion Control of Mobile Manipulators[J]. International Journal of Robotics Research, 2009, 17(2) : 107 – 118.
- [34] BROCK O, TRINKLE J, RAMOS F. Planning Long Dynamically-Feasible Maneuvers for Autonomous Vehicles[J]. International Journal of Robotics Research, 2008, 28(8) : 214 – 221.
- [35] JEON J H, COWLAGI R V, PETERS S C, et al. Optimal motion planning with the half-car dynamical model for autonomous high-speed driving[C] // American Control Conference. 2013 : 188 – 193.
- [36] BODSON M. Evaluation of Optimization Methods for Control Allocation[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2002, 25(4) : págs. 703 – 711.
- [37] BORRELLI F. MPC-based approach to active steering for autonomous vehicle systems[C] // Int. J. of Vehicle Autonomous Systems. 2005 : 265 – 291.

- [38] ALESSRO C, EMANUELE G. Fault-tolerant adaptive control allocation schemes for overactuated systems[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2010, 20(17) : 1958 – 1980.
- [39] FOSSEN T I, JOHANSEN T A. A survey of control allocation methods for ships and underwater vehicles[C] // Control and Automation, 2006. MED'06. 14th Mediterranean Conference on. 2006 : 1 – 6.
- [40] FOSSEN T I. Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control[M]. 2011.
- [41] JOHANSEN T A, FOSSEN T I. Control allocation—A survey [J]. Automatica, 2013, 49(5) : 1087 – 1103.
- [42] ALWI H, EDWARDS C. Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation[J]. Automatica, 2008, 44(7) : 1859 – 1866.
- [43] FEEMSTER M G, ESPOSITO J M. Comprehensive framework for tracking control and thrust allocation for a highly overactuated autonomous surface vessel[J]. Journal of Field Robotics, 2011, 28(1) : 80 – 100.
- [44] JOHANSEN T A, FUGLSETH T P, TØNDEL P, et al. Optimal constrained control allocation in marine surface vessels with rudders [J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(4) : 457 – 464.
- [45] YANG L Y, ZHONG Y W, SHEN G Z. Control allocation and management for aircraft with multiple effectors[C] // IEEE Aerospace Conference. 2009 : 1 – 8.
- [46] LINDEGAARD K P, FOSSEN T I. Fuel-efficient rudder and propeller control allocation for marine craft: experiments with a model ship[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2003, 11(6) : 850 – 862.
- [47] CHEN Y, WANG J. Adaptive energy-efficient control allocation for planar motion control of over-actuated electric ground vehicles[J]. Control Systems Technology, IEEE Transactions on, 2014, 22(4) : 1362 – 1373.
- [48] CHEN Y, WANG J. Design and Experimental Evaluations on Energy Efficient Control Allocation Methods for Overactuated Electric Vehicles: Longitudinal Motion Case[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2014, 19(2) : 538 – 548.
- [49] CHEN M. Constrained control allocation for overactuated aircraft using a neurodynamic model[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2016, 46(12) : 1630 – 1641.

- [50] LIU Y, CRESPO L G. Adaptive control allocation in the presence of actuator failures[J]. Journal of Control Science and Engineering, 2012,(2012-5-14), 2012, 2012(6) : 3.
- [51] MARWAHA M, VALASEK J. Fault-tolerant control allocation for Mars entry vehicle using adaptive control[J]. International Journal of Adaptive Control & Signal Processing, 2011, 25(2) : 95 – 113.
- [52] ZACCARIAN L. Dynamic allocation for input redundant control systems[J]. Automatica, 2009, 45(6) : 1431 – 1438.
- [53] ALWI H, EDWARDS C. Sliding Mode FTC With On-line Control Allocation[J], 2007 : 2639 – 2644.
- [54] HÄRKEGÅRD O, GLAD S T. Resolving actuator redundancy—optimal control vs. control allocation[J]. Automatica, 2005, 41(1) : 137 – 144.
- [55] HATTORI Y. Force and Moment Control with Nonlinear Optimum Distribution for Vehicle Dynamics[J]. Avec, 2002.
- [56] SUN W, ZHANG Y, HUANG Y, et al. Transient-Performance-Guaranteed Robust Adaptive Control and Its Application to Precision Motion Control Systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(10) : 6510 – 6518.
- [57] SUN W, PAN H, GAO H. Filter-Based Adaptive Vibration Control for Active Vehicle Suspensions With Electrohydraulic Actuators[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(6) : 4619 – 4626.
- [58] MORAWIEC M. The Adaptive Backstepping Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Supplied by Current Source Inverter[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(2) : 1047 – 1055.
- [59] YAO J, DENG W. Active disturbance rejection adaptive control of hydraulic servo systems[J]. IEEE Trans. Ind. Electron, 2017, 64(10) : 8023 – 8032.
- [60] YAO J, DENG W, JIAO Z. RISE-based adaptive control of hydraulic systems with asymptotic tracking[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2017, 14(3) : 1524 – 1531.
- [61] CHEN S-L, LI X, TEO C S, et al. Composite jerk feedforward and disturbance observer for robust tracking of flexible systems[J]. Automatica, 2017, 80 : 253 – 260.
- [62] SABANOVIC A. Variable Structure Systems With Sliding Modes in Motion Control—A Survey[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2011, 7(2) : 212 – 223.

- [63] WANG R, JING H, KARIMI H R, et al. Robust fault-tolerant  $H\infty$  control of active suspension systems with finite-frequency constraint[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2015, 62-63(4702) : 341 – 355.
- [64] KOMMURI S K, DEFOORT M, KARIMI H R, et al. A Robust Observer-Based Sensor Fault-Tolerant Control for PMSM in Electric Vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(12) : 7671 – 7681.
- [65] LI X, CHEN S-L, TEO C S, et al. Data-Based Tuning of Reduced-Order Inverse Model in Both Disturbance Observer and Feedforward with Application to Tray Indexing[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017.
- [66] MA J, CHEN S L, KAMALDIN N, et al. Integrated Mechatronic Design in the Flexure-Linked Dual-Drive Gantry by Constrained Linear Quadratic Optimization[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(3) : 2408 – 2418.
- [67] FENG Z, ZHENG W X. On Extended Dissipativity of Discrete-Time Neural Networks With Time Delay.[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2015, 26(12) : 3293 – 3300.
- [68] PREINDL M, BOLOGNANI S. Model Predictive Direct Torque Control With Finite Control Set for PMSM Drive Systems, Part 2: Field Weakening Operation[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(2) : 648 – 657.
- [69] PARK B S, YOO S J, JIN B P, et al. Adaptive Neural Sliding Mode Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots With Model Uncertainty[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008, 17(1) : 207 – 214.
- [70] WATANABE K, TANG J, NAKAMURA M, et al. A fuzzy-Gaussian neural network and its application to mobile robot control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 4(2) : 193 – 199.
- [71] SAFFIOTTI A, RUSPINI E H, KONOLIGE K. Using Fuzzy Logic for Mobile Robot Control[M]. [S.l.] : Springer US, 1999 : 185 – 205.
- [72] SHOJAEI K, SHAHRI A M, TARAKAMEH A, et al. Adaptive trajectory tracking control of a differential drive wheeled mobile robot[J]. Robotica, 2011, 29(3) : 391 – 402.
- [73] CHWA D. Tracking Control of Differential-Drive Wheeled Mobile Robots Using a Backstepping-Like Feedback Linearization[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans, 2010, 40(6) : 1285 – 1295.

- [74] YEH Y C, LI S, CHEN C Y. Adaptive Fuzzy Sliding-Mode Control of Dynamic Model Based Car-Like Mobile Robot[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2009, 11(4) : 272 – 286.
- [75] YAO B. High performance adaptive robust control of nonlinear systems: a general framework and new schemes[C] // Decision and Control, 1997., Proceedings of the IEEE Conference on. 1997 : 2489 – 2494 vol.3.
- [76] YAO B, TOMIZUKA M. Adaptive robust control of SISO nonlinear systems in a semi-strict feedback form[J]. Automatica, 1997, 33(5) : 893 – 900.
- [77] YAO B, TOMIZUKA M. Adaptive robust control of MIMO nonlinear systems in semi-strict feedback forms[J]. Automatica, 2001, 37(9) : 1305 – 1321.
- [78] XU L, YAO B. Adaptive robust precision motion control of linear motors with ripple force compensations: theory and experiments[C] // IEEE International Conference on Control Applications. 2000 : 373 – 378.
- [79] XU L, YAO B. Adaptive robust precision motion control of linear motors with negligible electrical dynamics: theory and experiments[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2000, 6(4) : 444 – 452.
- [80] XU L, YAO B. Output feedback adaptive robust precision motion control of linear motors[J]. Automatica, 2001, 37(7) : 1029 – 1039.
- [81] YAO B, HU C, WANG Q. Adaptive robust precision motion control of high-speed linear motors with on-line cogging force compensations[C] // Ieee/asme International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. 2007 : 1 – 6.
- [82] YAO. Desired compensation adaptive robust control[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 2009, 131(6) : 636 – 650.
- [83] LU L, CHEN Z, YAO B, et al. Desired Compensation Adaptive Robust Control of a Linear-Motor-Driven Precision Industrial Gantry With Improved Cogging Force Compensation[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2008, 13(6) : 617 – 624.
- [84] YAO B. Integrated direct/indirect adaptive robust control of SISO nonlinear systems in semi-strict feedback form[C] // American Control Conference, 2003. Proceedings of the. 2003 : 3020 – 3025 vol.4.

- [85] HU C, YAO B, WANG Q. Integrated direct/indirect adaptive robust contouring control of a biaxial gantry with accurate parameter estimations [J]. *Automatica*, 2010, 46(4) : 701 – 707.
- [86] LU L, CHEN Z, YAO B, et al. A Two-Loop Performance-Oriented Tip-Tracking Control of a Linear-Motor-Driven Flexible Beam System With Experiments[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(3) : 1011 – 1022.
- [87] LU L, YAO B. Online constrained optimization based adaptive robust control of a class of MIMO nonlinear systems with matched uncertainties and input/state constraints [J]. *Automatica*, 2014, 50(3) : 864 – 873.
- [88] LU L, YAO B. A performance oriented multi-loop constrained adaptive robust tracking control of one-degree-of-freedom mechanical systems: Theory and experiments [J]. *Automatica*, 2014, 50(4) : 1143 – 1150.
- [89] LU L, YAO B. Energy-Saving Adaptive Robust Control of a Hydraulic Manipulator Using Five Cartridge Valves With an Accumulator[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(12) : 7046 – 7054.
- [90] LAVALLE S. Planning algorithms[M]. [S.l.] : Cambridge University Press, 2006.
- [91] HWANG J Y, KIM J S, SANG S L, et al. A fast path planning by path graph optimization[J]. *Systems Man & Cybernetics Part A Systems & Humans IEEE Transactions on*, 2003, 33(1) : 121 – 129.
- [92] BOHREN J, FOOTE T, KELLER J, et al. Little Ben: The Ben Franklin Racing Team's entry in the 2007 DARPA Urban Challenge[J]. *Journal of Field Robotics*, 2008, 25(9) : 598–614.
- [93] STENTZ A. Optimal and efficient path planning for partially-known environments[C] // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1994. Proceedings. 2002 : 3310 – 3317 vol.4.
- [94] FERGUSON D, STENTZ A. Using interpolation to improve path planning: The Field D\* algorithm[J]. *Journal of Field Robotics*, 2010, 23(2) : 79 – 101.
- [95] LIKHACHEV M, FERGUSON D, GORDON G, et al. Anytime search in dynamic graphs[J]. *Artificial Intelligence*, 2008, 172(14) : 1613 – 1643.
- [96] KUFFNER J J, LAVALLE S M. RRT-connect: An efficient approach to single-query path planning[C] // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2000. Proceedings. ICRA. 2002 : 995 – 1001.

- [97] BRANDT D. Comparison of A and RRT-Connect Motion Planning Techniques for Self-Reconfiguration Planning[C] // Ieee/rsj International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2006 : 892 – 897.
- [98] KLEMM S, OBERLÄNDER J, HERMANN A, et al. RRT\*-Connect: Faster, asymptotically optimal motion planning[C] // IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. 2015 : 1670 – 1677.
- [99] URMSON C, SIMMONS R. Approaches for heuristically biasing RRT growth[C] // Ieee/rsj International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2003 : 1178 – 1183 vol.2.
- [100] ISLAM F, NARAYANAN V, LIKHACHEV M. Dynamic Multi-Heuristic A\*[C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2015 : 2376 – 2382.
- [101] ANDERSON S J, KARUMANCHI S B, IAGNEMMA K. Constraint-based planning and control for safe, semi-autonomous operation of vehicles[C] // Intelligent Vehicles Symposium. 2012 : 383 – 388.
- [102] KARAMAN S, WALTER M R, PEREZ A, et al. Anytime Motion Planning using the R-RRT\*[C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2011 : 1478 – 1483.
- [103] JEON J H, KARAMAN S, FRAZZOLI E. Anytime computation of time-optimal off-road vehicle maneuvers using the RRT\*[C] // IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. 2012 : 3276 – 3282.
- [104] BREZAK M, PETROVIC I. Real-time Approximation of Clothoids With Bounded Error for Path Planning Applications[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(2) : 507 – 515.
- [105] REEDS J. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards[J]. Pacific J Math, 1990, 145(2) : 367 – 393.
- [106] HORST J, BARBERA A. Trajectory generation for an on-road autonomous vehicle[J]. Proc Spie, 2006, 6230 : 82.
- [107] PIAZZI A, BIANCO C G L, BERTOZZI M, et al. Quintic G 2 -splines for the iterative steering of vision-based autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2002, 3(1) : 27 – 36.
- [108] GLASER S, VANHOLME B, MAMMAR S, et al. Maneuver-Based Trajectory Planning for Highly Autonomous Vehicles on Real Road With Traffic and Driver Interaction[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2010, 11(3) : 589 – 606.

- [109] PETROV P, NASHASHIBI F. Modeling and Nonlinear Adaptive Control for Autonomous Vehicle Overtaking[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 15(4) : 1643 – 1656.
- [110] WALTON D J, MEEK D S, ALI J M. Planar G 2 transition curves composed of cubic Bézier spiral segments[J]. Journal of Computational & Applied Mathematics, 2003, 157(2) : 453 – 476.
- [111] THRUN S, MONTEMERLO M, DAHLKAMP H, et al. Stanley: The Robot That Won the DARPA Grand Challenge[M]. 2006 : 1 – 43.
- [112] DOLGOV D, THRUN S, MONTEMERLO M, et al. Path Planning for Autonomous Vehicles in Unknown Semi-structured Environments[J]. International Journal of Robotics Research, 2010, 29(5) : 485 – 501.
- [113] CREMEAN L B, FOOTE T B, GILLULA J H, et al. Alice: An information-rich autonomous vehicle for high-speed desert navigation[J]. Journal of Field Robotics, 2006, 23(9) : 777 – 810.
- [114] KOGAN D, MURRAY R M. Optimization-based navigation for the DARPA Grand Challenge[J]. Proc.of IEEE Conf.on Decision & Control, 2006.
- [115] REN J, MCISAAC K A, PATEL R V. Modified Newton's method applied to potential field-based navigation for mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(2) : 384 – 391.
- [116] ZIEGLER J, BENDER P, DANG T, et al. Trajectory planning for Bertha —A local, continuous method[C] // Intelligent Vehicles Symposium Proceedings. 2014 : 450 – 457.
- [117] HU C, YAO B, WANG Q. Coordinated adaptive robust contouring control of an industrial biaxial precision gantry with cogging force compensations[J]. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, 2010, 57(5) : 1746 – 1754.
- [118] YAO B, TOMIZUKA M. Adaptive robust control of SISO nonlinear systems in a semi-strict feedback form[J]. Automatica, 1997, 33(5) : 893 – 900.