

飞机急滚机动飞行时稳定性分析

方振平 姚 斌

(北京航空学院)

摘 要

本文用微分方程几何理论——分支和突变问题,具体讨论了飞机急滚机动飞行时的全局稳定性,并对所得结果用动态响应曲线进行了验证。文中还采用系统灵敏度理论着重讨论了各参数对急滚运动特性影响,探讨了突变和极限环振荡现象产生的机理,从而为改善其动态特性指出了方向。

符 号 表

- V——飞行速度
- u, v, w ——飞行速度在机体轴系上的投影
- p ——滚转速率
- q ——俯仰速率
- r ——偏航速率
- L ——滚转力矩
- M ——俯仰力矩
- N ——偏航力矩
- Y ——升力
- Z ——侧力
- W ——飞机重量
- I_x, I_y, I_z ——飞机分别绕三个机体轴系的转动惯量
- θ ——俯仰角
- ϕ ——滚转角
- ψ ——偏航角
- δ_a ——副翼偏角
- δ_e ——升降舵偏角
- δ_r ——方向舵偏角

一、引 言

为了提高飞机的作战能力,现代飞机要求很高的机动性,即不仅需要大的升力,而

本文于1987年8月24日收到

且需要快速滚转调整其升力方向。因此，如何保证飞机在大迎角下的急滚稳定性，是飞机设计中的一个重要课题。本文采用微分方程的分支和突变理论（简称BACTM）全面分析研究不同舵面操纵下的飞机急滚运动稳定性问题。该理论主要由中心流定理、初等突变的分类定理、Hopf分支定理和全面隐函数定理组成。详见参考文献〔2〕、〔5〕。具体应用BACTM理论进行稳定性分析的，大致步骤如下：（1）建立系统的数学模型；（2）计算不同舵面操纵下的平衡面，即由平衡状态值在状态空间内组成的曲面；（3）分析各平衡状态局部稳定性，根据根的特性判断可能出现突跃或极限环振荡的平衡状态；（4）根据突跃和Hopf分支条件，计算分支面，即对应各分支点的操纵变量值在控制空间内组成的曲面；（5）数字仿真计算以验证分析结果。

在对飞机急滚全局稳定性分析的基础上，本文采用系统灵敏度理论，着重分析了诸参数对急滚运动特性影响，探讨了突跃、极限环振荡现象产生的机理和其影响因素，并指出了改善急滚运动特性的方向。

文中所用原始数据，均见参考文献〔6〕。

二、飞机急滚机动飞行时的运动方程

为使用原始数据方便，本文直接采用参考文献〔5〕中规定的坐标轴系和运动参数符号。

假设飞机为刚体，不考虑飞行速度的变化，飞机在机体主惯性轴上投影的运动方程组为

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{v} - w\dot{p} + ru) &= Y + W\cos\theta\sin\phi \\ m(\dot{w} - u\dot{q} + vp) &= Z + W\cos\theta\cos\phi \\ I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr &= L \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr &= M \\ I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq &= N \\ \dot{\phi} &= p + q\operatorname{tg}\theta\sin\phi + r\operatorname{tg}\theta\cos\phi \\ \dot{\theta} &= q\cos\phi - r\sin\phi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中气动力和力矩在机体轴上的各投影分量，其中包括发动机转子的陀螺力矩，可表示为

$$\left. \begin{aligned} Y &= Y_p(\alpha)p + Y_r r + Y_\beta \beta + Y_{\delta_a} \delta_a \\ Z &= Z_q q + Z_\alpha \alpha + Z_{\delta_e} \delta_e \\ L &= L_p p + L_q q + L_r(\alpha)r + L_\beta(\alpha)\beta + L_{\delta_a}(\alpha)\delta_a + L_{\delta_r} \delta_r \\ M &= M_p p + M_q q + M_r r + M_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + M_\alpha \alpha + M_{\delta_e} \delta_e \\ N &= N_p(\alpha)p + N_q q + N_r r + N_\beta \beta + N_{\delta_a}(\alpha)\delta_a + N_{\delta_r} \delta_r \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中气动力和力矩的非线性系数近似地采用下列多项式形式：

$$\left. \begin{aligned}
 Y_p(\alpha) &= Y_p + Y_{p\alpha}\alpha \\
 L_r(\alpha) &= L_r + L_{r\alpha}\alpha \\
 L_\beta(\alpha) &= L_\beta + L_{\beta\alpha}\alpha \\
 L_{\delta_a}(\alpha) &= L_{\delta_a} + L_{\delta_a\alpha}\alpha \\
 N_p(\alpha) &= N_p + N_{p\alpha}\alpha \\
 N_{\delta_a}(\alpha) &= N_{\delta_a} + N_{\delta_a\alpha}\alpha
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

按习惯常将方程(1)中变量 u, v, w 用变量 V, α, β 来表示, 它们之间的关系, 当 α, β 的值不是太大时, 可近似成

$$\left. \begin{aligned}
 u &\approx V \cos \alpha \approx V \\
 v &\approx V \beta \\
 w &\approx V \sin \alpha \approx V \alpha
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

在研究急滚机动飞行时, 我们假设飞机作定直飞行, 因此迎角由两部分组成

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha \quad (5)$$

式中 α_0 为飞机定直飞行状态下的迎角, $\Delta\alpha$ 则为机动飞行时相对定直飞行状态的迎角增量。另外, 略去重力影响, 这样滚转角和俯仰角两个运动学方程可以从方程组中解耦出来。现将式(2)~(5)代入式(1), 经整理并略去一些小量, 最后得出的运动方程组为

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{p} &= l_\beta \dot{\beta} + l_\alpha \delta_a \Delta\alpha \dot{\delta}_a + l_q q + t_{rr} + l_{\beta\alpha} \beta \Delta\alpha + l_{p\beta} p - i_1 q r \\
 &\quad + l_{\delta_a} \delta_a + l_{\delta_r} \delta_r + l_{r\alpha} r \Delta\alpha \\
 \dot{q} &= \bar{m}_\alpha \Delta\alpha + \bar{m}_q q + i_2 p r + m_{\delta_e} \delta_e - m_\alpha p \beta \\
 \dot{r} &= n_\beta \dot{\beta} + n_\alpha \delta_a \Delta\alpha \dot{\delta}_a + n_{rr} r + n_p p + n_{p\alpha} p \Delta\alpha - i_3 p q \\
 &\quad + n_{\delta_a} \delta_a + n_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{\alpha} &= q - p \beta + z_\beta \Delta\alpha + z_{\delta_e} \delta_e \\
 \dot{\beta} &= y_\beta \dot{\beta} + p(\sin \alpha_0 + \Delta\alpha) - r \cos \alpha_0 + y_{\delta_a} \delta_a + y_{\delta_r} \delta_r
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中:

$$\begin{aligned}
 \bar{m}_\alpha &= m_\alpha + m_\alpha^* z_\alpha \\
 \bar{m}_q &= m_q + m_\alpha^* \\
 i_1 &= (I_z - I_y) / I_x \\
 i_2 &= (I_z - I_x) / I_y \\
 i_3 &= (I_y - I_x) / I_z
 \end{aligned}$$

且 $y = Y/mV, z = Z/mV, l = L/I_x, m = M/I_y, n = N/I_z$ 。其相应的导数如 $l_\beta = \partial \beta / \partial l$,

$$l_{\beta\alpha} = \partial^2 l \partial \beta \partial \alpha \text{ 等。}$$

三、某机急滚机动飞行时的稳定性分析

本文采用参考文献〔6〕提供的某机在 $H=20000$ 英尺, $M=0.9$ 飞行状态的原始数据, 具体分析急滚机动飞行时的稳定性。

1. 平衡面的计算

(1) 平衡解确定

令微分方程组(6)左边各导数均为零, 得平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} l_{\beta}\beta + l_{\alpha\delta_a}\Delta\alpha\delta_a + l_q q + l_r r + l_{\beta\alpha}\beta\Delta\alpha \\ + l_{r\alpha}r\Delta\alpha + l_{pp} - i_1 q r + l_{\delta_a}\delta_a + l_{\delta_r}\delta_r = 0 \\ \bar{m}_\alpha\Delta\alpha + \bar{m}_q q + i_2 p r + m_{\delta_e}\delta_e - m_\alpha p \beta = 0 \\ n_\beta\beta + n_{\alpha\delta_a}\Delta\alpha\delta_a + n_r r + n_p p + n_{p\alpha}p\Delta\alpha \\ - i_3 p q + n_{\delta_a}\delta_a + n_{\delta_r}\delta_r = 0 \\ q - p\beta + z_\alpha\Delta\alpha + z_{\delta_e}\delta_e = 0 \\ y_\beta\beta + p(\sin\alpha_0 + \Delta\alpha) - r\cos\alpha_0 + y_{\delta_a}\delta_a + y_{\delta_r}\delta_r = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这是一组非线性代数方程, 给定一组控制量(δ_e , δ_r , δ_a), 则由上述方程采用迭代法, 即可求解 p_* , q_* , r_* , $\Delta\alpha_*$, β_* 。

本文解上述方程时, 通过代数运算将方程组化为一个 p 的 12 次多项方程式

$$\sum_{i=1}^{13} N_i p^{13-i} = 0 \quad (8)$$

式中各系数 N_i 均为控制变量的函数。在给定一组控制量后, 式(8)为高阶线性代数方程式, 可直接调用计算机标准程序, 求得 p_* 。再通过下面各式确定 q_* 、 r_* 、 α_* 和 β_* 值。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= (B_0 p^{-1} + B_1 + B_2 p + B_3 p^2 \\ &\quad + B_4 p^3) / (D_0 p^{-1} + D_1 + D_2 p + D_4 p^3) \\ \beta &= [C_1 \alpha + C_2 \delta_e + C_3 p^2 (\sin\alpha_0 + \Delta\alpha) \\ &\quad + C_4 p \delta_a + C_5 p \delta_r] / (\bar{m}_q - m_\alpha + i_2 y_\beta / \cos\alpha_0) \\ r &= [y_\beta \beta + p(\sin\alpha_0 + \Delta\alpha) + y_{\delta_a} \delta_a + y_{\delta_r} \delta_r] / \cos\alpha_0 \\ q &= p\beta - z_\alpha \Delta\alpha - z_{\delta_e} \delta_e \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 B_i , C_i 均为控制变量的函数。

显然, 平衡面为五个状态变量和三个控制量组成的八维曲面, 我们通过曲面在不同的

状态变量和控制变量所组成的平面上的投影来间接反映其形状，揭示急滚机动飞行时的现象。例如图1为 $\delta_e=2^\circ$ ， $\delta_r=0^\circ$ 时，计算得出 p_* 随 δ_a 变化的平衡曲线；图2为 $\delta_e=2^\circ$ ， $\delta_r=0^\circ$ 时，忽略所有气动力非线性项后； p_* 随 δ_a 变化的平衡曲线。

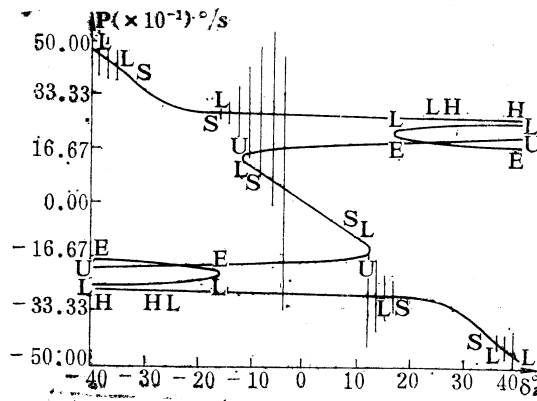


图 1 a $p \sim \delta_a$ 平衡曲线 ($\delta_e=2^\circ$, $\delta_r=0^\circ$)
(竖线表示 δ_a 从 -40° 到 $+40^\circ$ 变化时，
极限环振幅的变化情况)

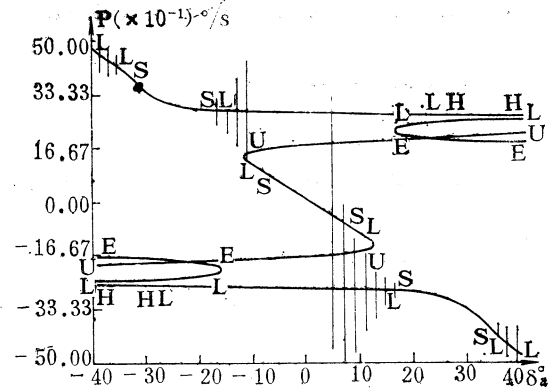


图 1 b $p \sim \delta_a$ 平衡曲线 ($\delta_e=2^\circ$, $\delta_r=0^\circ$)
(竖线表示 δ_a 从 $+40^\circ$ 到 -40° 变化时，
极限环振幅的变化情况)

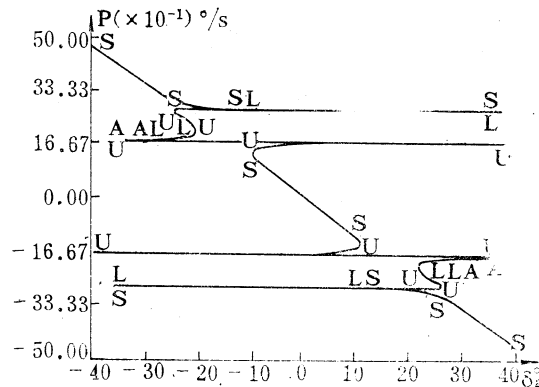


图 2 忽略非线性气动力情况下的 $p \sim \delta_a$ 平衡曲线
($\delta_e=2^\circ$, $\delta_r=0^\circ$)

(2) 各平衡点局部稳定性

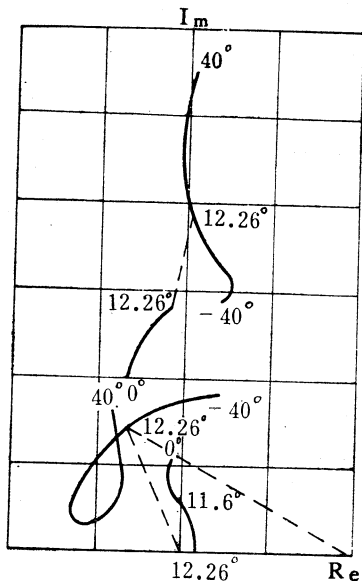
在平衡状态 x_* 附近将方程组(6)线性化后得到

$$\dot{X} = AX \quad (10)$$

式中： $X = (\Delta p \cdot \Delta q \cdot \Delta r \cdot \Delta \alpha \cdot \Delta \beta)^T$

$$A = \begin{pmatrix} l_p & l_q - i_2 r & l_r + l_{ra} \Delta \alpha - i_1 q & l_{\alpha \delta_a} \delta_a + l_{\beta \alpha} \beta + l_{ra} r & l_\beta + l_{\beta \alpha} \Delta \alpha \\ i_2 r - m_\alpha \beta & \bar{m}_q & i_2 p & \bar{m}_\alpha & -m_\alpha p \\ n_p + n_{p\alpha} \Delta \alpha - i_3 q & -i_3 p & n_r & n_{\alpha \delta_a} \delta_a + n_{p\alpha} r & n_\beta \\ -\beta & 1 & 0 & z_\alpha & -p \\ \sin \alpha_0 + \Delta \alpha & 0 & -\cos \alpha_0 & p & y_\beta \end{pmatrix} \quad (11)$$

求出A矩阵的所有特征根和特征矢量后, 就可知各平衡点 x_* 处的局部稳定性。若所有特征根实部均为负值, 则在平衡曲线上用“S”表示; 仅有一个正实根, 用“U”表示; 仅有一个实部为正值的复根, 用“L”表示, “A”表示有两个正实根; “E”表示有一个正实根和一对实部为正的复根; “H”表示有一个正实根和两对实部为正的复根。



注: 实根根轨迹未画出

图3 特征根随 δ_a 变化的轨迹 ($\delta_e=2^\circ$, $\delta_r=0^\circ$)

图3还绘出了 $\delta_a=2^\circ$, $\delta_r=0^\circ$ 情况下, 随 δ_a 变化的特征根轨迹。

2. 分支面的计算

分支面应为突跃点和Hopf分支点组成的空间曲面。由突跃点组成的分支面, 根据产生突跃现象的条件, 即导算子矩阵A的行列式应等于零, 因此可将该条件与平衡方程(8)联立求解得出, 即

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{13} N_i p^{13-i} &= 0 \\ \sum_{i=1}^{12} (13-i) N_i p^{12-i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

给定控制变量(δ_e , δ_r , δ_a)中的任两个, 迭代求解得出另一个控制变量, 最后得出突跃点分支面。

图4只画出主分支面在(δ_e , δ_a)平面上的投影。图上Hopf分支点组成的分支面, 是从不同 δ_e 的平衡曲线上找出特征根为纯虚根时对应的 δ_a 值后画出的。

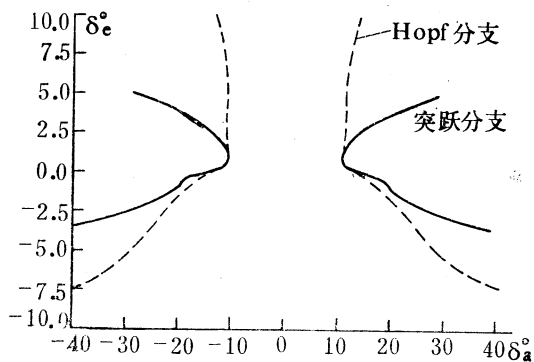


图4 $\delta_a \sim \delta_e$ 分支图

3. 动态响应计算

为了验证从平衡面、分支面上得出的有关急滚机动飞行特性, 需计算动态响应。本文采用四阶龙格-库塔法积分微分方程组(6), 计算了不同起始条件下、不同副翼阶跃偏转时的动态过程, 见图5~6。

4. 结果分析

从图1a可以看出急滚飞行时出现下列的一些现象:

(1) 多个平衡状态

飞机急滚飞行时, 在某一个 δ_a 值下, 可存在多个平衡状态, 最多可达9个平衡状态。但在实际飞行过程中, 由于各平衡状态局部稳定性不同, 即使在同一个控制变量

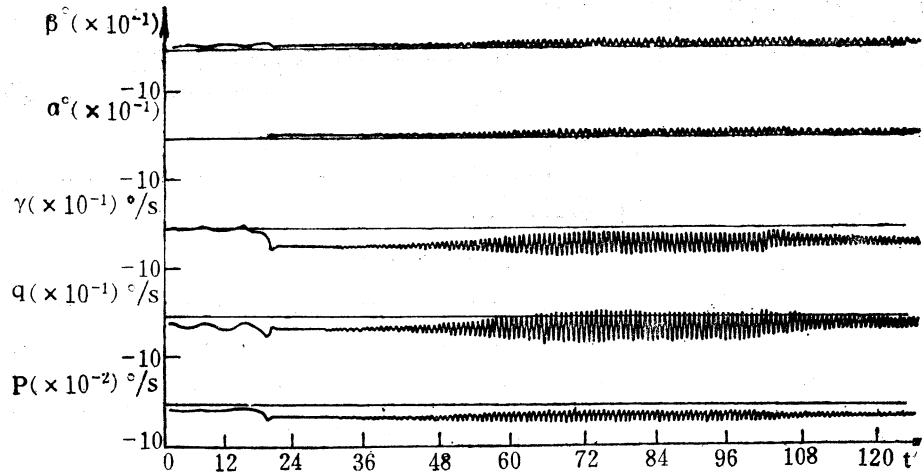


图5 $\delta a = \begin{cases} 11.7^\circ & (0 < t < 72s) \\ 13^\circ & (72 < t < 99s) \\ 17^\circ & (99 < t < 123s) \end{cases}$ 输入下的动态过程曲线 ($\delta e = 2^\circ, \delta r = 0^\circ$)

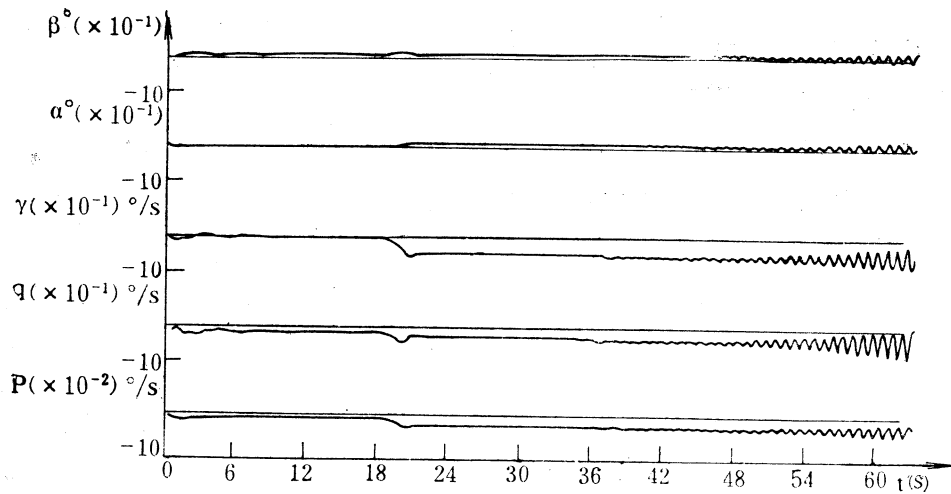


图6 $\delta a = \begin{cases} 10^\circ & (0 < t < 18s) \\ 14^\circ & (18 < t < 36s) \\ 10^\circ & (36 < t < 63s) \end{cases}$ 输入下的动态过程曲线 ($\delta e = 2^\circ, \delta r = 0^\circ$)

下。不同起始状态，飞机最终将达到不同的状态，或者稳定在某个平衡状态（如图中S段）；或者稳定在某极限环上（如图中“L”段）；或者发散出去。换言之，此时平衡状态实际上不存在。下面分析实际存在的那些平衡状态特性，主要是主分支的情况。

(2) 极限环振荡现象

由图1a可见，当 δa 从 0° 开始增加，在 11° 以前，主分支为稳定平衡状态，即S段。

此段内 p 随 δ_a 近似线性变化。其它状态参数值不大,主要反映飞机滚转操纵响应。此时飞机受到干扰后,能很快回到原稳定状态,因此实际飞行过程中,也限于在该段内。

当 δ_a 继续增加,主分支出现“L”状态,由根轨迹图(图3)可以看出,在 $\delta_a=11.6^\circ$ 附近,有一小复根穿过虚轴,由BACTM理论可知,此时可能出现Hopf分支,发生极限环振荡,飞机将绕着三个轴振荡,有如过失速振荡。一般来说,这种振荡是不希望的。

(3) 突跃现象

出现Hopf分支后,继续增加 δ_a ,小复根在 $\delta_a=12.25^\circ$ 附近蜕变为两个实根,之后小正实根趋向原点,大约在 $\delta_a=12.26^\circ$ 时变为零根。由BACTM理论可知,此时发生突跃现象,从主分支跳到下分支上,各状态参数变化很大,尤其是横向参数 p_{*} 、 r_{*} ,说明此种突跃为一种偏航偏离现象。

突跃后,平衡状态仍处于“L”状态,继续存在着一个稳定的极限环。此时受到干扰后,飞机最终稳定在极限环上。随着 δ_a 增加,极限环振幅变小,直到 $\delta_a=15.8^\circ$ 附近,从根轨迹(图3)上看到不稳定大复根从右面穿越虚轴。根据Hopf分支理论,此时可能出现不稳定极限环,于是在 $\delta_a=18^\circ$ 处,极限环消失。我们将不同 δ_a 值下极限环 p 的幅值用竖线条表示在平衡曲线图上(图1a)。

图5所示的动态响应曲线证实了上面所述的极限环振荡和突跃现象。该响应曲线是以 $\delta_a=10^\circ$ 时的平衡值作为初始条件得出的。由图中可见, $\delta_a=11.7^\circ$ 时在18秒左右发生振荡跳跃,然后稳定在下分支附近的极限环上。以后随着 δ_a 增大,极限环振荡幅值减小。

(4) 迟滞现象

当 δ_a 从 $+40^\circ$ 向 -40° 变化时,会出现极限环振荡,其 p 幅值变化同样用竖线条画在平衡曲线(图1b)上。与图1a相比明显的不同是,当 δ_a 变化到突跃点附近时,运动不会回到主分支平衡状态上去,而继续沿下分支极限环振荡,直到 $\delta_a=2^\circ$ 左右,极限环消失,飞机回到主分支上,这就是所谓的迟滞效果。

由于迟滞现象存在,飞机一旦发生突跃偏离,只用减少副翼操纵是无法让飞机回到原状态的,还必须操纵其它舵面。

图6所示动态响应曲线,证实了上述所得结果。图线的初始条件为 $\delta_a=0^\circ$ 时的平衡值。

(5) 舵面可操纵范围

飞机急滚时出现的极限环振荡,突跃、迟滞现象,显然是不允许的,因为这不仅大大降低飞机的机动性能,影响作战效能,甚至会引起事故。我们从平衡曲线可以找出出现这些现象时所对应的滚转速率值,这些值均称之为临界 p 值。为了避免这些现象出现,确保急滚飞行稳定性,应把飞机滚转速率限制在临界 p 值内。与临界 p 值相应的舵偏角可从分支面得出,从而定出舵面可操纵范围。这个范围为我们安全操纵以及设计防偏控制系统提供了依据。

从图4可以看出,对于 $\delta_r=0$ 情况,随着 $|\delta_e|$ 减少,突跃点处的 $|\delta_a|$ 变小,在 $\delta_e=0.5^\circ$ 左右, δ_a 的可操纵范围最小。 $|\delta_e|$ 值增大, δ_a 可操纵范围迅速扩大。另外,对于不发生极限环振荡的 δ_a 的可操纵范围,比不发生突跃的范围要小得多。

四、造成非线性现象的主要原因

前面的分析曾已提到, 飞机急滚机动飞行时, 无论是出现极限环振荡, 还是跳跃现象, 均与平衡状态处的局部稳定性有一定联系, 当在某个平衡状态下, 方程(6)的导算子矩阵A特征根值出现零根时, 飞机将出现跳跃运动; 当特征根值出现纯虚根时, 飞机有可能出现极限环振荡运动。因此要认识产生这些非线性现象的原因, 了解其机理, 可以采用系统灵敏度理论来分析Hopf分支点和突跃点前的特征根灵敏度, 即可观察到导算子矩阵中各个元素变化对特征根的影响。由参考文献〔3〕可知, 特征根灵敏度如只考虑一阶小量, 可按下面公式求得:

$$\left[\frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{ij}} \right] = G \cdot G^{-1} \quad (13)$$

式中 λ_i 为特征根, a_{ij} 为导算子矩阵A中各元素, G为导算子矩阵的特征矢量阵。

从导算子矩阵A中可以看到, 各元素 a_{ij} 是气动导数、构形参数和平衡状态参数的函数。在研究飞机急滚机动飞行时, 假定气动导数和构形参数均不变, 不同副翼舵面偏转下, a_{ij} 将随平衡状态参数改变而改变, 因此特征根对状态参数的灵敏度可通过复合函数求导得出

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial x_\bullet} = \sum \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{ij}} \cdot \frac{\partial a_{ij}}{\partial x_\bullet} \quad (14)$$

相应的根值变化量为

$$\Delta \lambda_i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial x_\bullet} \cdot \Delta x_\bullet \quad (15)$$

对于本文所研究的情况 ($i=5, j=5$), 根对状态参数的灵敏度公式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \lambda_i}{\partial p} &= n_{p\alpha} \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{34}} - i_3 \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{32}} + \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{54}} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{45}} + i_2 \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{23}} - m_c \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{25}} \\ \frac{\partial \lambda_i}{\partial q} &= -i_1 \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{13}} - i_3 \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{31}} \\ \frac{\partial \lambda_i}{\partial r} &= l_{r\alpha} \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{14}} - i_1 \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{12}} + i_2 \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{21}} \\ \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha} &= l_{r\alpha} \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{13}} + l_{\beta\alpha} \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{15}} + n_{p\alpha} \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{31}} + \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{51}} \\ \frac{\partial \lambda_i}{\partial \beta} &= l_{\beta\alpha} \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{14}} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{41}} - m_c \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{21}} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

下面具体分析飞机急滚机动飞行时出现非线性现象的原因:

1. 极限环振荡

从根迹图(图3)上可以看到,当 δ_a 在 11.6° 附近时,有一对小复根穿过虚轴,飞机可能出现极限环振荡。为此取 $\delta_a=11.5^\circ$ 处的平衡状态,按公式(13)~(15)算出特征根灵敏度,以及 δ_a 增加某个小量后的根值变化。结果表明,小复根实部正向增加趋近虚轴主要是由于 β_* 和 q_* 变化引起的。进一步计算根值灵敏度 $\frac{\partial \lambda}{\partial \beta_*}$ 和 $\frac{\partial \lambda}{\partial q_*}$ 中各项作用的大小后,即可明白,出现极限环振荡的主要原因是 β_* 和 q_* 的变化,加强了方程中非线性气动力矩项 $l_{\beta\alpha}\beta\Delta\alpha$ 、运动耦合项 $p\beta$ 和惯性交感项 $i_3q\dot{p}$ 的作用。

但是在 $\delta_e=0^\circ$ 的情况下,飞机急滚机动飞行时将不会出现极限环振荡。

2. 突跃现象

从根迹图上可以看到,在 $\delta_a=12.26^\circ$ 附近,有一个小的正实根趋近原点,飞机出现突跃现象。类似地取 $\delta_a=12.25^\circ$ 处的平衡状态,按公式(13)~(15)计算,结果表明,飞机突跃的主要原因与产生极限环振荡的原因相同。从所计算的实例来看,方程中非线性气动力矩项 $l_{\beta\alpha}\beta\Delta\alpha$ 的作用相对来说更大些。

对于 $\delta_e=0^\circ$ 的情况,飞机急滚时也会发生突跃。由于 q_* 值较小,方程中惯性交感力矩项 $i_3q\dot{p}$ 的作用不大,起主要作用的是非线性气动力矩项 $l_{\beta\alpha}\beta\Delta\alpha$ 。

如果同一架飞机,略去所有气动力非线性项,从平衡曲线(图2)上可以看到,飞机急滚机动飞行时会出现突跃现象,但不会发生极限环振荡。发生突跃现象的主要原因是惯性交感力矩项 $i_3q\dot{p}$ 和运动耦合项 $p\beta$ 的作用。

五、结 论

1. BACTM理论是研究非线性系统全局稳定性的比较有效的方法。用此理论研究飞机急滚运动稳定性,可以清楚地看出急滚飞行中出现的突跃偏离、迟滞、极限环振荡等非线性现象。能比较准确地预测飞机失稳时的临界 p 值,从而确定出舵面可操纵范围,确保飞行安全。

2. 由灵敏度分析可知,产生突跃偏离的主要原因,除了惯性交感力矩项 $i_3q\dot{p}$ 外,还与非线性气动力矩项 $l_{\beta\alpha}\beta\Delta\alpha$ 和运动耦合项 $p\beta$ 有关。从文中所举实例看,后两项的作用相对来说比惯性交感力矩项的作用大。

3. 产生极限环振荡的主要原因,从前面分析的情况来看,仍然与 $i_3q\dot{p}$ 、 $l_{\beta\alpha}\beta\Delta\alpha$ 和 $p\beta$ 有关。如果略去非线性气动力矩项 $l_{\beta\alpha}\beta\Delta\alpha$,或者在升降舵不偏转(此时 $i_3q\dot{p}$ 值较小)的情况下,飞机急滚时均不可能出现极限环振荡。由此可以认为造成飞机极限环振荡是由于 $l_{\beta\alpha}\beta\Delta\alpha$ 和 $i_3q\dot{p}$ 共同作用的结果。

4. 为了提高飞机的急滚机动性能,推迟或避免出现极限环振荡或突跃现象,可从以下两方面采取措施:(1)通过气动外形设计和质量重新安排,以提供良好的大迎

角气动特性；或者(2)加装新的控制系统，以减少飞机急滚过程中出现的侧滑角 β 和俯仰速率 q 。这些措施均能减少非线性气动力矩或惯性交感力矩的作用，达到预期的改善滚转特性的目的

5. 所得结果均是以某机在 $H=20000$ 英尺， $M=0.9$ 状态上进行急滚机动飞行时得出的。这些结论有待在今后飞机设计、飞行试验过程中进一步验证。

参 考 文 献

- (1) 高为炳：运动稳态性基础(讲义)，1985年9月。
- (2) 张锦炎：常微分方程几何理论与分支问题，北大出版社，1981年7月。
- (3) 方振平：系统灵敏度理论在飞行器动态特性分析、综合中的应用，《飞行力学》杂志，1985年第4期。
- (4) AD A 027877, 1976.
- (5) AD A 051850, 1977.
- (6) Rhoads, D.W., and Schuler, J.M.: A Theoretical and Experimental Study of Airplane Dynamics in Large-Disturbance Maneuvers, Journal of Astronautical Sciences, Vol. XXIV, No.7, July 1957.

STABILITY ANALYSIS OF AIRCRAFT IN RAPID ROLLING MANEUVER

Fang Zhen-ping and Yao Bing
(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

In this paper, the aircraft global stability in rapid rolling maneuver is analysed using Bifurcation Analysis and Catastrophe Theory Methodology. The numerical verifications are given by the time history plots obtained from the solutions to a set of aircraft differential equations of motion. Then, the effects of various parameters on the nonlinear behavior of aircraft performing rapid rolling maneuvers, the physical mechanism causing jumps, hysteresis, and limit cycles are analysed using the system sensitivity theory, and so the approaches are pointed out for improving the aircraft dynamics.